

1. Niech punkt  $D$  należy do trójkąta  $ABC$ . Wykaż, że  $|AD| + |DB| \leq |AC| + |CB|$ .
2. Czy jeśli trójkąt  $D_1$  zawiera się w trójkącie  $D_2$ , to  $D_1$  musi mieć mniejszy obwód niż  $D_2$ ? Czy tak samo jest dla innych wielokątów?
3. Niech  $A = (0, 0), B = (1, 1)$ . Dla jakich punktów  $C$  zachodzi równość  $d(A, B) + d(B, C) = d(A, C)$ , jeśli  $d$  jest
  - a) standardową metryką;
  - b) metryką miejską;
  - c) metryką maksimum?
4. Rozważmy płaszczyznę ze standardową metryką.
  - a) Czy istnieją takie cztery punkty, by odległość między dowolnymi dwoma z nich była taka sama?
  - b) Znajdź różne układy czterech punktów o tej własności, że wśród 6 możliwych odległości między nimi są tylko dwie różne liczby.
  - c) Podaj przykład pięciu punktów, dla których wśród 10 możliwych odległości między nimi są tylko dwie różne liczby.
5. Podaj przykład takich czterech punktów na płaszczyźnie, by odległość miejska między dowolnymi dwoma z nich była taka sama? Zrób to samo dla metryki maksimum. Jak wygląda sytuacja w przestrzeni?
6. **Metryki edycyjne.** Odległość edycyjna dwóch słów mówi, ile elementarnych operacji trzeba wykonać, żeby z jednego słowa uzyskać drugie. Konkretna postać metryki zależy od tego, jakie operacje uznajemy za elementarne:
  - a) wstawienie litery, usunięcie litery, zastąpienie jednej litery inną:  
 $d_a(\text{karta}, \text{katalog}) = 4$  (karta  $\rightarrow$  kata  $\rightarrow$  katal  $\rightarrow$  katalo  $\rightarrow$  katalog lub karta  $\rightarrow$  kartag  $\rightarrow$  kartalg  $\rightarrow$  katalg  $\rightarrow$  katalog)
  - b) jak wyżej plus zamiana sąsiednich liter:  
 $d_b(\text{krowa}, \text{korba}) = 2$  (krowa  $\rightarrow$  kroba  $\rightarrow$  korba)
  - c) jak w b), z tym że wolno zamienić dowolne sąsiadujące podciągi:  
 $d_c(\text{zaspany}, \text{spazmy}) = 3$  (zaspany  $\rightarrow$  zaspamy  $\rightarrow$  spazamy  $\rightarrow$  spazmy)
  - Oblicz  $d_a(\text{krowa}, \text{korba}), d_a(\text{zaspany}, \text{spazmy}), d_b(\text{zaspany}, \text{spazmy})$ .
  - Podaj kilka słów należących do kuli o środku „ptak” i promieniu 2 w każdej z metryk  $d_a, d_b, d_c$ .