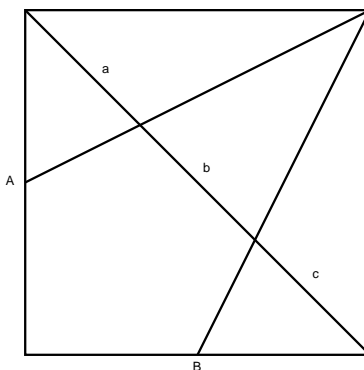
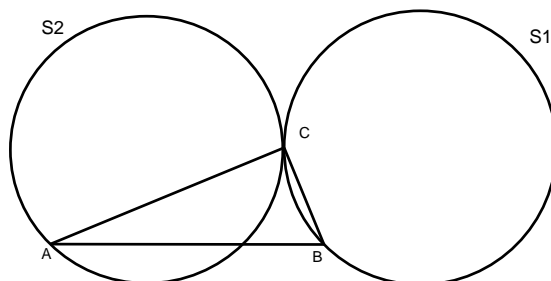


Zadanie 1. Punkty A, B dzielą boki kwadratu na połowy. Pokaż, że odcinki a, b, c są równe.

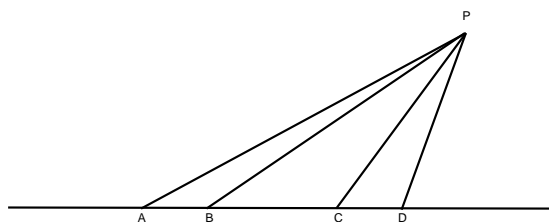


Zadanie 2. Okręgi $S1$ oraz $S2$ mają promienie równe R i są styczne w punkcie C . Trójkąt $\triangle ABC$ jest prostokątny. Pokaż, że $|AB| = 2R$.

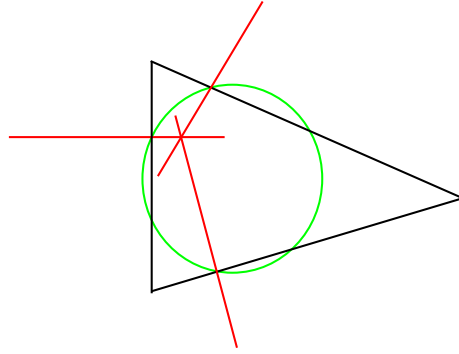


Zadanie 3. Dwóch graczy gra na prostokątnej planszy, na zmianę kładą okrągłe żetony o równych promieniach. Gracz nie może położyć żetonu na brzegu planszy ani na inny żeton. Przegrywa ten, który w swojej turze nie ma możliwości położenia żetonu. Na planszy można położyć conajmniej jeden żeton. Pokaż, że gracz pierwszy może zawsze tak grać, żeby wygrać.

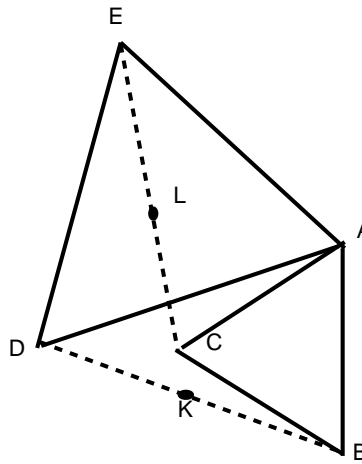
Zadanie 4. Punkty A, B, C, D leżą na prostej w podanej kolejności oraz $|AB| = |CD|$. Pokaż, że $|AP| + |DP| \geq |BP| + |CP|$.



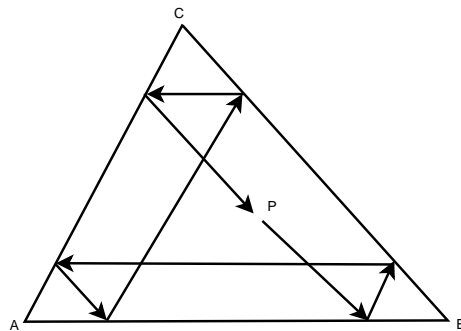
Zadanie 5. Okrąg przecina trójkąt w sześciu punktach, w każdym tym punkcie poprowadzono prostopadłą do boku trójkąta, do którego ten punkt należy. Pokaż, że jeśli trzy prostopadłe przecinają się w jednym punkcie to pozostałe trzy również przecinają się w jednym punkcie.



Zadanie 6. Trójkąty $\triangle ABC$, $\triangle ADE$ są równoboczne, punkty K i L dzielą odcinki BD i CE na połowy. Pokaż, że $\triangle AKL$ również jest równoboczny.



Zadanie 7. Poruszamy się po trójkącie, startujemy z P , i poruszamy się równoległe do BC aż dotrzemy do boku AB , następnie poruszamy się równoległe do AC aż dotrzemy do boku BC itd. Pokazać, że po kilku odbiciach powrócimy do punktu P .



Zadanie 8. W trójkąt $\triangle ABC$ wpisany jest okrąg styczny do AB w C' , do BC w A' , do AC w B' . Punkt A'' jest symetryczny do A' względem dwusiecznej kąta $\angle A$, B'' , C'' podobnie. Pokaż, że $AB \parallel A''B''$, a następnie, że AA'' , BB'' , CC'' przecinają się w jednym punkcie.

Zadanie 9. W trójkącie $\triangle ABC$ wybrano punkt O taki, że $\vec{OA} + 2\vec{OB} + 3\vec{OC} = 0$.

Znajdź stosunki pól: $\frac{P\triangle AOB}{P\triangle ABC}$, $\frac{P\triangle BOC}{P\triangle ABC}$, $\frac{P\triangle COA}{P\triangle ABC}$.

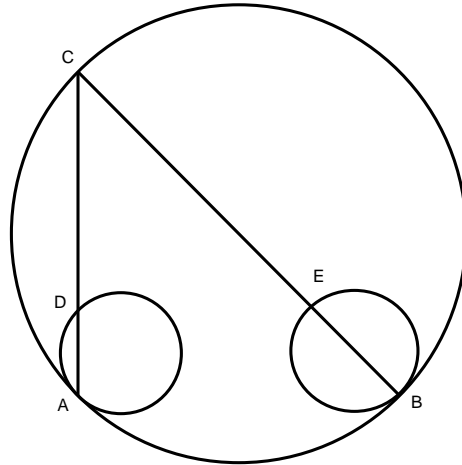
Więcej: Mamy dane $a, b, c > 0$. Pokaż, że istnieje dokładnie jeden punkt O taki, że stosunek pola trójkątów $\triangle BOC$, $\triangle AOC$, $\triangle AOB$ pozostają do siebie w stosunku $a : b : c$. Jeśli A' jest punktem przecięcia prostej AO z bokiem BC to jakie są stosunki $|AO| : |OA'|$ oraz $|BA'| : |CA'|$? Albo: Pokaż, że istnieje dokładnie jeden taki punkt O , że $a\vec{OA} + b\vec{OB} + c\vec{OC} = 0$. W jakim stosunku pozostają do siebie pola trójkątów $\triangle BOC$, $\triangle AOC$, $\triangle AOB$?

Zadanie 10. Mamy kwadrat $A_1A_2A_3A_4$, w którym wybrano punkt P . Z punktu A_1 poprowadzono prostą l_1 prostopadłą do A_2P , z A_2 prostą l_2 prostopadłą do A_3P , z A_3 prostą l_3 prostopadłą do A_4P , z A_4 prostą l_4 prostopadłą do A_1P . Pokaż, że proste l_1, l_2, l_3, l_4 przecinają się w jednym punkcie.

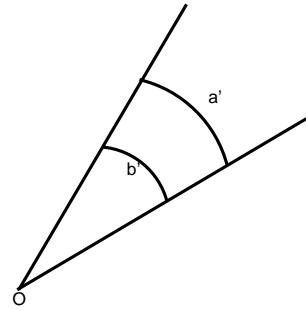
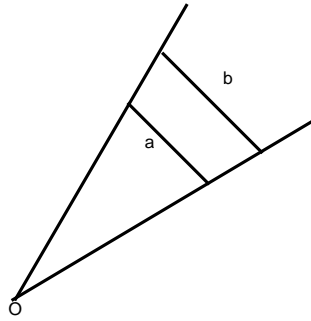
Zadanie 11. Na bokach równoległoboku zbudowano kwadraty. Pokaż, że środki tych kwadratów są wierzchołkami kwadratu.

Zadanie 12. Proste l_A, l_B przecinają się w punkcie P . Punkt A porusza się po prostej l_A , B po l_B . A i B mają tę samą prędkość ale nie spotykają się w P . Pokaż, że wszystkie okręgi opisane na trójkątach $\triangle ABP$ posiadają dwa wspólne punkty.

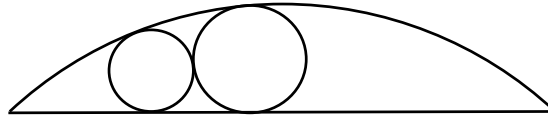
Zadanie 13. W dużym okręgu znajdują się dwa okręgi o równych promieniach styczne wewnętrznie do dużego okręgu w punktach A i B , na dużym okręgu wybrano punkt C . Odcinki AC i BC przecinają się z małymi okręgami w punktach D i E . Pokaż, że $AB \parallel DE$.



Zadanie 14. Obrazem równoległych odcinków a i b w inwersji o środku O są łuki a' i b' . Pokaż, że $\frac{|a|}{|b|} = \frac{|b'|}{|a'|}$.



Zadanie 15. W wycinku koła są dwa styczne okręgi. Znajdź zbiór punktów, które mogą być punktami styczności takich okręgów.



Zadanie 16. Dane są dwie nierównoległe proste, a na nich odpowiednio punkty A i B . Narysowano dwa okręgi styczne do prostych odpowiednio w punktach A i B oraz styczne do siebie nawzajem. Znajdź zbiór punktów, które mogą być punktami styczności takich okręgów.

