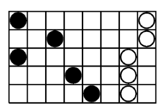
Jak grać żeby wygrać?
Kombinatoryczna Teoria Gier - zadania

8 grudnia 2012

Zadanie 1 *Gracze na przemian układają kostki domina na szachownicy rozmiaru* $2 \times n$*, za każdym razem zakrywając dokładnie dwa pola szachownicy. Gracz, który ostatni wykonuje ruch, wygrywa. Który to gracz? Pierwszy czy drugi?*

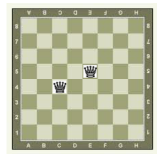
Zadanie 2 *Gra rozgrywa się na planszy 5 na 8. Gracz czarny i biały może przesuwać pionek swojego koloru w lewo lub w prawo, na inne wolne pole, byleby nie przeskakiwał pionka przeciwnika. Dla którego z graczy pozycja na poniższym rysunku jest korzystna?*



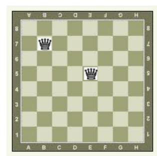
Zadanie 3 *Na szachownicy wymiaru* $n \times m$*, w prawym górnym rogu ustawiono pionek. Gracze wykonują ruchy naprzemiennie, przesuwając pionek jedynie w poziomie o* 1 *lub* 3 *pola w lewo, bądź w pionie o* 2 *lub* 4 *pola w dół. Wygrywa gracz wykonujący ruch jako ostatni.*

- *Wskaż zwycięski ruch z pozycji, w której pionek stoi w rogu planszy* 14×17.
- *Dla jakich* m *i* n*, gracz drugi ma strategię wygrywającą?*
- *Co jeśli w poziomie możemy przesuwać pionek o* 1 *bądź* 4 *pola?*

Zadanie 4 (Wythoff Nim) *Na szachownicy ustawiono dwóch hetmanów w sposób pokazany na rysunku poniżej. Każdy z graczy może przesunąć jednego z hetmanów o dowolną liczbę pól w prawo, w dół lub po przekątnej w kierunku południowo-zachodnim (podobnie jak to było na wykładzie). Wygrywa ten z graczy, który jako pierwszy zbije jednego z hetmanów. Znajdź zwycięski ruch z pozycji przedstawionej na rysunku. Ile jest takich ruchów?*



Pokaż, że poniższa pozycja jest korzystna dla gracza, który wykonuje ruch jako drugi.



Wskazówka: Zauważ, że gdy dopuścimy możliwość postawienia hetmanów na jednym polu, eliminując w ten sposób możliwość bicia i przyjmiemy, że wygrywa gracz, który wykonuje ruch jako ostatni, to w istocie dalej gramy w tę samą grę.

Zadanie 5 (Gra Grundy'ego) *W grze Grundy'ego gracze mogą naprzemiennie dzielić jeden z wybranych stosów na dwa stosy różnej wielkości. Wygrywa gracz, który ostatni wykonuje ruch. Znajdź zwycięski ruch z pozycji składającej się z trzech stosów wielkości* 5,7 *i* 13 *elementów.*

Zadanie 6 (Lasker Nim) *Gracze na przemian przełamują pasek czekolady długości n wzdłuż lini podziału, przy czym każdy z graczy może (ale nie musi!) dodatkowo zjeść oba, albo jeden z przełamanych kawałków. Gra kończy się gdy żaden z graczy nie może wykonać ruchu, a wygrywa ten który jadł ostatni.*

- *Znajdź zwycięski ruch gdy gra zaczyna się z 3 paskami czekolady długości* 2,5 *i* 7*.*
- *Wskaż zwycięski ruch, w sytuacji gdy pozycja wyjściowa składa się z 3 pasków długości* 2013, 2014, 2015*.*
- *Który z graczy wygrywa gdy pozycja składa się z* 3 *pasków czekolady długości* $4n+1$, $4n+2$ *i* $4n+4$*?*

Wskazówka: $2012 = (11111011100)_2$