

Zadanie 1. Niech bok AB trójkąta $\triangle ABC$ leży na półprostej wychodzącej ze środka inwersji O i promieni r . Wykaż, że $\angle ACB = \angle A'C'B'$.

Zadanie 2. Rozważmy inwersję płaszczyzny o środku w $(0, 0)$ i promieniu 1. Jaki jest środek i promień okręgu, który jest obrazem prostej $y = 1 - x$.

Zadanie 3. Jeśli proste k i l przecinają się pod kątem α , to ich obrazy przez inwersję też przecinają się pod kątem α .

Zadanie 4. Rozważmy ponownie inwersję płaszczyzny o środku w $(0, 0)$ i promieniu 1. Jakie jest równanie krzywej, która jest obrazem okręgu $x^2 - 2x + y^2 = 0$.

Zadanie 5. Jeśli dwa okręgi przecinają się pod kątem α , to ich obrazy przez inwersję też przecinają się pod kątem α . Jeśli okrąg jest prostopadły do okręgu $S(O, r)$, to inwersja przekształca go na siebie.

Zadanie 6. Niech punkty A, B, C leżą na okręgu $S(O, r)$. Wtedy trójkąt $\triangle A'B'C'$ jest podobny do $\triangle ABC$.

Zadanie 7. Niech punkty A, B, C leżą na okręgu $S(O, r)$. Rozważmy inwersję względem okręgu $S(O, R)$, gdzie $R \neq r$. Wtedy trójkąt $\triangle A'B'C'$ jest podobny do $\triangle ABC$.

Zadanie 8. Niech okrąg $S(O, r)$ będzie wpisany w trójkąt $\triangle ABC$. Wtedy $\triangle A'B'C'$ jest podobny do trójkąta utworzonego przez środki okręgów dopisanych do $\triangle ABC$.

Anegdota:

Znany hinduski matematyk, Ariabhata (w V wieku), tak określił inwersję:

Mnożenie staje się dzieleniem, dzielenie przemienia się w mnożenie. Przyrost obraca się w stratę, strata przeistacza się w przyrost: inwersja!!!

Inwersja to jedna z najulubieńszych matematycznych rozrywek Hindusów, zarówno starożytnych, jak i współczesnych. Polega ona na rozwiązywaniu pamięciowo bardzo skomplikowanych działań, gdzie należy zacząć od ostatniego. Oto przykład zaczerpnięty z Lilavati:

O powiedz, prześliczna dziewczyno z płonącymi oczyma, ty, która tak biegle potrafisz stosować metodę inwersji: jak wielka jest liczba, która będąc pomnożona przez 3, następnie powiększona o $\frac{3}{4}$ tego iloczynu, podzielona przez 7, zmniejszona o $\frac{1}{3}$ ilorazu, pomnożona sama przez siebie, zmniejszona o 52, po wyciągnięciu pierwiastka drugiego stopnia, po dodaniu 8 i podzieleniu przez 10 da w rezultacie 2?