

Prawdopodobieństwo warunkowe

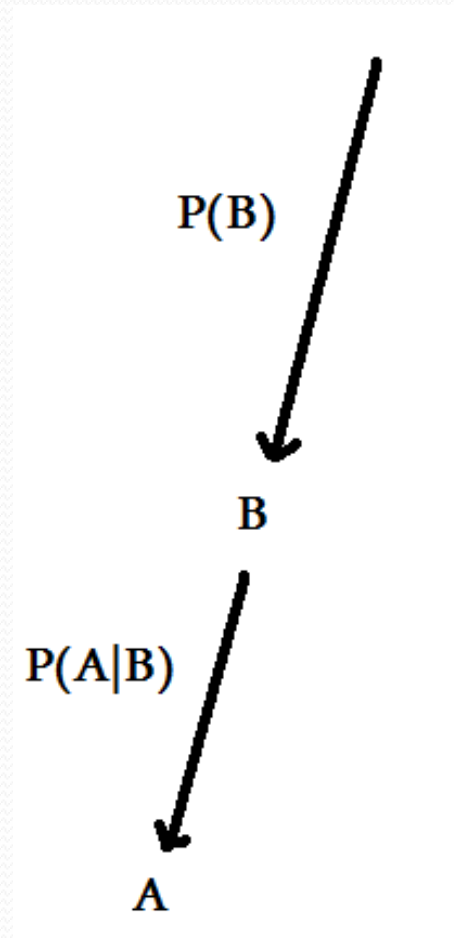
Prawdopodobieństwo zajścia zdarzenia A
jeśli zaszło zdarzenie B:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

B - o tym wiemy, że zaszło

A - o to pytamy

Stąd $P(A \cap B) = P(A|B) * P(B)$



Prawdopodobieństwo warunkowe

A- uczeń zdał maturę z matematyki

B- uczeń chodził na zajęcia MiNI Akademii Matematyki

$A|B$ - uczeń zdał maturę z matematyki jeśli wiadomo, że chodził na zajęcia MiNI Akademii Matematyki

$P(A)$ i $P(A|B)$ to nie zawsze to samo !!!

Przykład

Rzucamy dwa razy monetą. Jakie jest prawdopodobieństwo, że na obu monetach wypadł orzeł jeśli wiadomo, że na jednej z nich wypadł orzeł.

Przykład

Rzucamy dwa razy monetą. Jakie jest prawdopodobieństwo, że na obu monetach wypadł orzeł jeśli wiadomo, że na jednej z nich wypadł orzeł.

Zakładamy, że monety są rozróżnialne.

O_2 = orzeł na obu monetach

O_1 = orzeł na co najmniej jednej monecie

$\Omega = \{(O,O), (O,R), (R,O), (R,R)\}$

$O_1 = \{(O,O), (O,R), (R,O)\}$

$O_2 = \{(O,O)\} = O_1 \cap O_2$

$$P(O_2|O_1) = \frac{P(O_1 \cap O_2)}{P(O_1)} = \frac{1/4}{3/4} = \frac{1}{3}$$

Paradoks córek

Daleka kuzynka ma dwoje dzieci. Wiadomo, że jedno z nich to córka. Jakie jest prawdopodobieństwo tego, że ma dwie córki ?

Paradoks córek

Daleka kuzynka ma dwoje dzieci. Wiadomo, że jedno z nich to córka. Jakie jest prawdopodobieństwo tego, że ma dwie córki ?

C-córka, S-syn

$\Omega = \{(C,C), (C,S), (S,S), (S,C)\}$

A= ma dwie córki

$A = \{(C,C)\}$

B=jedno z dzieci to córka

$B = \{(C,C), (C,S), (S,C)\}$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{1/4}{3/4} = \frac{1}{3}$$

Paradoks córek

A jakie jest prawdopodobieństwo tego, że ma dwie córki jeśli wiadomo, że jedno z dzieci ma na imię Hermenegilda ?

Paradoks córek

A jakie jest prawdopodobieństwo tego, że ma dwie córki jeśli wiadomo, że jedno z dzieci ma na imię Hermenegilda ?

H= ma córkę o imieniu Hermenegilda

NH= ma córkę o imieniu innym niż Hermenegilda

$\Omega = \{(S,S), (S,NH), (NH,S), (S,H), (H,S), (NH, NH), (NH,H), (H, NH), (H, H)\}$

zdarzenia elementarne nie są jednakowo prawdopodobne !

A = ma dwie córki i jedna ma na imię Hermenegilda = $\{(NH,H), (H,NH)\}$

B = jedno z dzieci ma na imię Hermenegilda = $\{(NH,H), (H, NH), (H,S), (S,H)\}$

Paradoks córek

A jakie jest prawdopodobieństwo tego, że ma dwie córki jeśli wiadomo, że jedno z dzieci ma na imię Hermenegilda ?

Zatem

$$P(A|B) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \quad \text{!!}$$

A = ma dwie córki i jedna ma na imię Hermenegilda =
{(NH,H),(H,NH)}

B = jedno z dzieci ma na imię Hermenegilda =
{(NH,H), (H, NH), (H,S), (S,H)}

Intuicja – Wiedza

1 : 1

Zupełny układ zdarzeń

Zdarzenie $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$ tworzą zupełny układ zdarzeń jeśli tworzą podział zbioru Ω , tzn:

- są parami rozłączne
- ich suma jest całym zbiorem Ω

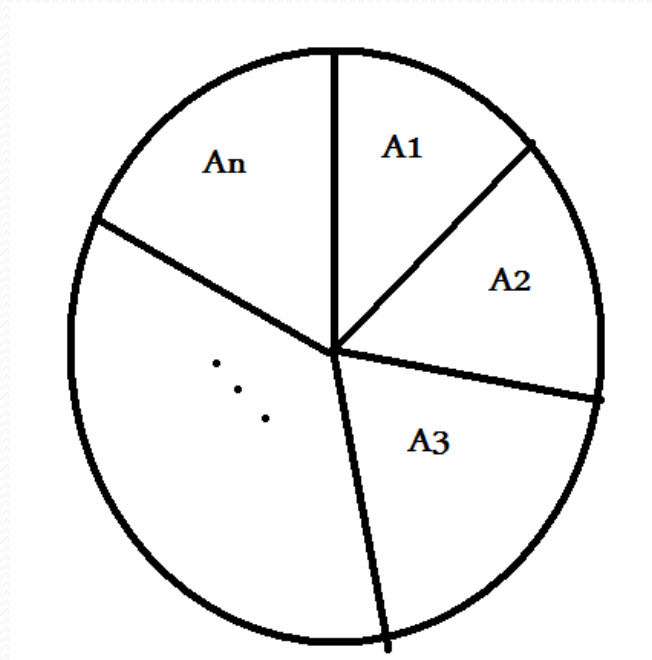
Czyli

Każde zdarzenie elementarne należy do dokładnie jednego ze zdarzeń tworzących zupełny układ zdarzeń

Zatem

W wyniku doświadczenia losowego zachodzi dokładnie jedno z tych zdarzeń

Zupełny układ zdarzeń



Zbiór potencjalnych przyczyn zajścia pewnego zdarzenia, z których zawsze zachodzi dokładnie jedno, tworzy zupełny układ zdarzeń

Związek przyczynowo-skutkowy

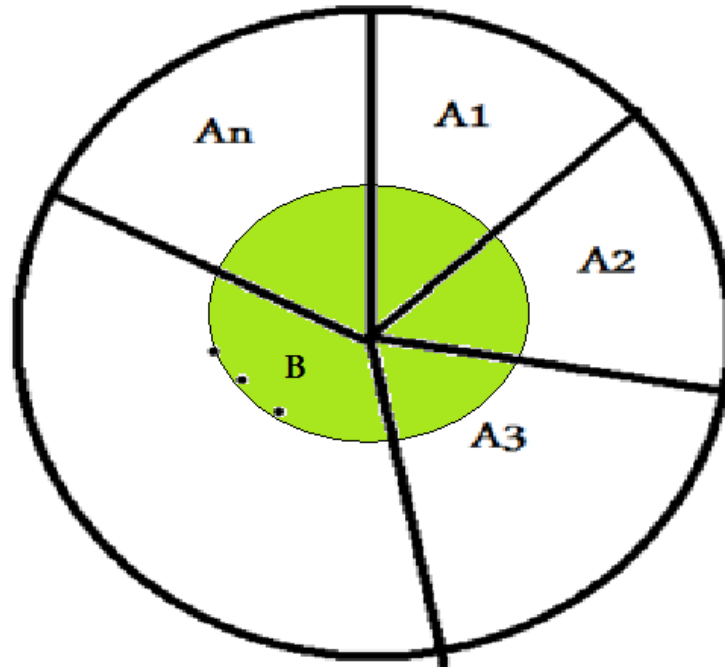


Twierdzenie o prawdopodobieństwie całkowitym

Jeśli zdarzenie A_1, A_2, \dots, A_n tworzą zupełny układ zdarzeń, to dla dowolnego zdarzenia B :

$$P(B) = P(A_1 \cap B) + P(A_2 \cap B) + \dots + P(A_n \cap B) =$$

$$P(A_1) * P(B|A_1) + P(A_2) * P(B|A_2) + \dots + P(A_n) * P(B|A_n)$$



Twierdzenie o prawdopodobieństwie całkowitym

