Klasyczna definicja prawdopodobieństwa

Jeżeli

- zdarzenia elementarne są jednakowo prawdopodobne
- zbiór wszystkich zdarzeń elementarnych jest skończony (to znaczy jego liczebność jest określona pewną liczbą naturalną),

to dla dowolnego zdarzenia losowego A:

$$P(A) = \frac{\overline{\overline{A}}}{\overline{\overline{\Omega}}}$$

$$= \frac{\textit{liczba zdarzeń elementarnych sprzyjających zdarzeniu } A}{\textit{liczba wszystkich zdarzeń elementarnych}}$$

Przykład 1

Doświadczenie losowe: rzut monetą symetryczną

Prawdopodobieństwa: oba zdarzenia elementarne mają takie same prawdopodobieństwo wystąpienia równe ½

Przykład 2

Doświadczenie losowe: rzut kostką sześcienną

Prawdopodobieństwa: każde ze zdarzeń elementarnych ma takie samo prawdopodobieństwo wystąpienia równe 1/6

Przykład 3

Rzucamy symetryczną kostką.

Jakie jest prawdopodobieństwo, że wypadnie parzysta liczba oczek?

Na 6 możliwych zdarzeń elementarnych w 3 przypadkach wypada parzysta liczba oczek zatem prawdopodobieństwo tego, że wypadnie parzysta liczba oczek wynosi 3/6=1/2

Pytanie

- Czy zatem jeśli wśród 6 skoczków narciarskich 3 są Polakami, to prawdopodobieństwo, że zwycięży Polak wynosi 3/6=1/2 ?!

Pytanie

- Czy zatem jeśli wśród 6 skoczków narciarskich 3 są Polakami, to prawdopodobieństwo, że zwycięży Polak wynosi 3/6=1/2 ?!

- Oczywiście, **NIE**. Dlaczego ? Czym to się różni od poprzedniego przykładu ?

Pytanie

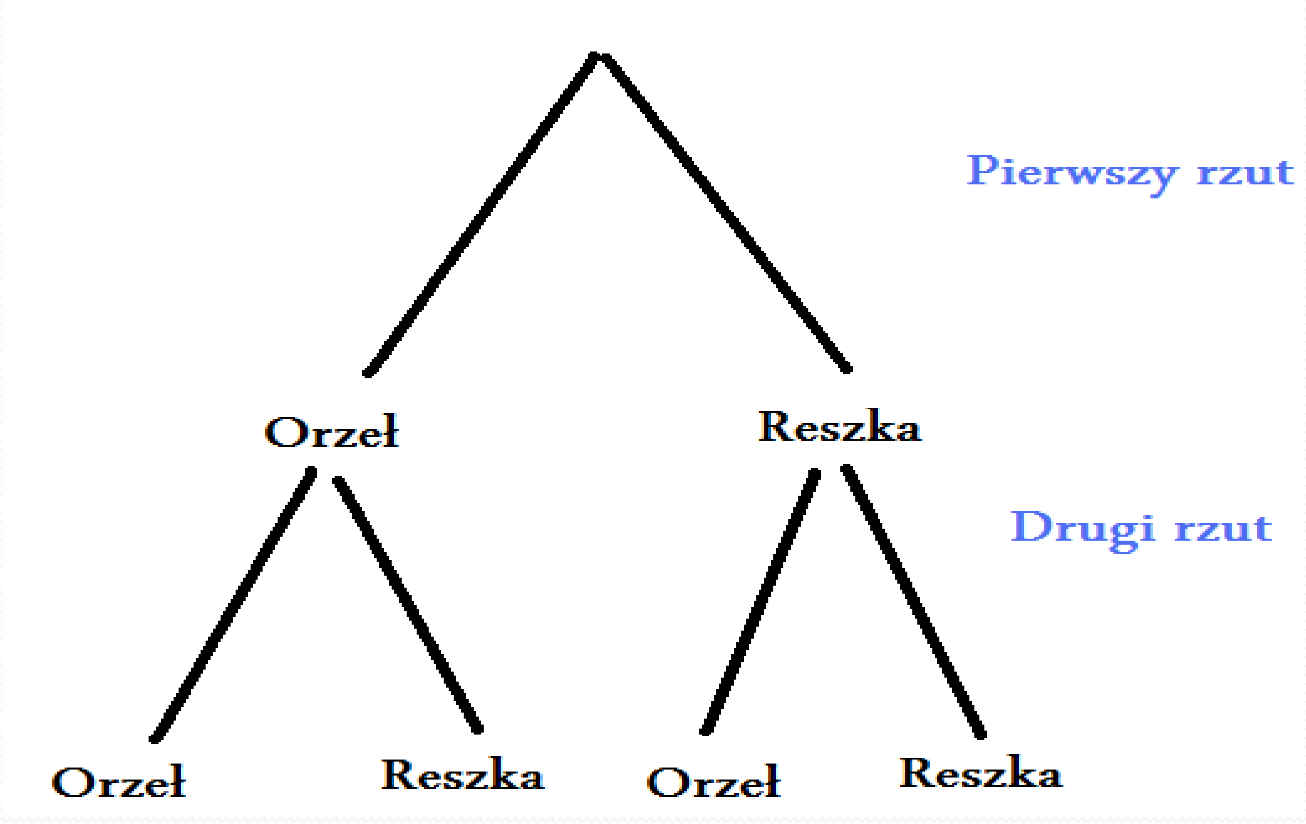
- Czy zatem jeśli wśród 6 skoczków narciarskich 3 są Polakami, to prawdopodobieństwo, że zwycięży Polak wynosi 3/6=1/2 ?!
- Oczywiście, **NIE**. Dlaczego ? Czym to się różni od poprzedniego przykładu ?
- Różni się tym, że szanse na zwycięstwo dla każdego ze skoczków nie jest takie samo !!

Przykład 4

Rzucamy dwa razy monetą. Jakie jest prawdopodobieństwo wyrzucenia dwóch orłów ?

Ω={(O,O), (O,R), (R,O), (R,R)}

Czyli P((O,O))=1/4



Przykład 4

Rzucamy dwa razy monetą. Jakie jest prawdopodobieństwo wyrzucenia dwóch orłów ?

$\Omega=\{(O,O), (O,R), (R,O), (R,R)\}$

Czyli $P((O,O))=1/4$

A jeśli rzucamy naraz dwiema identycznymi monetami ?

$\Omega=\{\{O,O\}, \{O,R\}, \{R,R\}\}$

Czyli $P(\{O,O\})=1/3$?!

Przykład 4

Rzucamy dwa razy monetą. Jakie jest prawdopodobieństwo wyrzucenia dwóch orłów ?

$\Omega=\{(O,O), (O,R), (R,O), (R,R)\}$

Czyli $P((O,O))=1/4$

A jeśli rzucamy naraz dwiema identycznymi monetami ?

$\Omega=\{\{O,O\}, \{O,R\}, \{R,R\}\}$

Czyli $P(\{O,O\})=1/3$?!

Nie !! Bo zdarzenia elementarne nie są jednakowo prawdopodobne !!

Przykład 4

Rzucamy dwa razy monetą. Jakie jest prawdopodobieństwo wyrzucenia dwóch orłów ?

Ω={(O,O), (O,R), (R,O), (R,R)}

Czyli P((O,O))=1/4

A jeśli rzucamy naraz dwiema identycznymi monetami ?

Ω={{O,O}, {O,R}, {R,R}}

Czyli P({O,O})=1/3 ?!

Nie !! Bo zdarzenia elementarne nie są jednakowo prawdopodobne !!

Trzeba założyć, że monety są rozróżnialne. Po co ?

Przykład 4

Rzucamy dwa razy monetą. Jakie jest prawdopodobieństwo wyrzucenia dwóch orłów ?

$\Omega=\{(O,O), (O,R), (R,O), (R,R)\}$

Czyli $P((O,O))=1/4$

A jeśli rzucamy naraz dwiema identycznymi monetami ?

$\Omega=\{\{O,O\}, \{O,R\}, \{R,R\}\}$

Czyli $P(\{O,O\})=1/3$?!

Nie !! Bo zdarzenia elementarne nie są jednakowo prawdopodobne !!

Trzeba założyć, że monety są rozróżnialne. Po co ?

Aby móc korzystać z klasycznej definicji prawdopodobieństwa !

Przykład 5

Rzucamy dwiema kostkami

a) rozróżnialnymi,

b) jednakowymi.

Jakie jest prawdopodobieństwo wyrzucenia dwóch szóstek ?

Przykład 5

a) Kostki rozróżnialne = na przykład biała i czarna = kolejność jest ważna (możemy założyć, że biała pierwsza, czarna druga)

Ω={ (1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6),
(2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6),
(3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6),
(4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6),
(5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6),
(6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6)}

Ω ma liczebność 36. Zdarzenie A=wypadły dwie szóstki ={(6,6)} jest jednym z 36 zdarzeń elementarnych

Zatem P(A)=1/36

Przykład 5

b) Kostki są nierozróżnialne (identyczne)

= na przykład dwie czarne = kolejność nie jest ważna

$\Omega = \{ \{1,1\}, \{1,2\}, \{1,3\}, \{1,4\}, \{1,5\}, \{1,6\},$

$\{2,2\}, \{2,3\}, \{2,4\}, \{2,5\}, \{2,6\},$

$\{3,3\}, \{3,4\}, \{3,5\}, \{3,6\},$

$\{4,4\}, \{4,5\}, \{4,6\}, \{5,5\}, \{5,6\}, \{6,6\} \}$

Zdarzeń elementarnych jest 21. Zdarzenie A=wypadły dwie szóstki={6,6} jest jednym z nich.

Zatem P(A)=1/21

Czyli jeśli nie rozróżniamy kolorów, to mamy większe szanse wyrzucić dwie szóstki……….. ?!

Przykład 5

Hm.. Otóż NIE !

W przypadku kostek identycznych zdarzenia elementarne nie są jednakowo prawdopodobne,

np. zdarzenie {6,6} = wypadły dwie szóstki odpowiada jednemu zdarzeniu elementarne w przypadku kostek rozróżnialnych (6 na białej i 6 na czarnej)

A zdarzenie {5,6} = wypadła szóstka i piątka odpowiada dwóm zdarzeniom elementarnym w przypadku kostek

rozróżnialnych :

(5,6)= 5 na białej i 6 na czarnej oraz

(6,5)= 6 na białej i 5 na czarnej

Czyli jest dwa razy bardziej prawdopodobne !!

Przykład 5

Zatem w przypadku kostek identycznych nie można korzystać z klasycznej definicji prawdopodobieństwa !!

Co zatem zrobić w przypadku gdy nie umiemy rozróżnić kostek ?

Przykład 5

Zatem w przypadku kostek identycznych nie można korzystać z klasycznej definicji prawdopodobieństwa !!

Co zatem zrobić w przypadku gdy nie umiemy rozróżnić kostek ?

Aby móc skorzystać z klasycznej definicji prawdopodobieństwa trzeba założyć, że umiemy je rozróżnić !

Takie założenie nie wpływa na prawdopodobieństwo wyrzucenia dwóch szóstek !!

Intuicja – Wiedza

1 : 0