1. Na płaszczyźnie danych jest n punktów. Każde trzy punkty są wierzchołkami trójkata o polu ≤ 1 . Udowodnij, ze wszystkie punkty leżą w pewnym trójkacie o polu ≤ 4.

2. Udowodnić, że nie istnieją liczby całkowite dodatnie x, y, z, t spełniające równanie
$$x^2 + y^2 = 3(z^2 + t^2).$$

3. Na płaszczyżnie danych jest $2n$ niewspółliniowych punktów. Dokładnie n punktów to farmy $F_1, \ldots, F_n$ a pozostałe studnie $S_1, \ldots, S_n$. Planuje się budowę drogi z każdej farmy do studni. Pokazać, że można farmy połaczyć ze studniami (jedna studnia z jedną farmą) tak aby żadne dwie drogi się nie przecinały.

4. Niech A będzie zbiorem punktów na płaszczyznie. Każdy z punktów jest środkiem odcinka o wierzchołkach w dwu innych punktach z A . Pokazać, że zbiór A jest nieskończony.

5. Udowodnic że iloczyn n kolejnych liczb całkowitych jest zawsze podzielny przez $n!$.

6. Na płaszczyźnie mamy n punktów. Udowodnić, że pewne trzy z nich wyznaczają kąt mniejszy równy $\frac{\pi}{n}$.

7. Na dużym boisku znajduje sie n osób tak, że dla kazdej z tych osób jej odległosci od innych są parami różne. Każda osoba ma wodny pistolet i na dany znak każdy strzela do osoby, która jest najbliżej. Udowodnić, że jesli n jest nieparzyste to conajmniej jedna osoba pozostanie sucha. Czy tak być musi gdy n jest parzyste?

8. Udowodnić, ze w dowolnym wypukłym pięciokacie można tak wybrac trzy przekatne aby można było z nich zbudować trójkat.

9. W Nibylandii każda droga jest jednokierunkowa. Każda para miast jest połaczona jedną taką jednokierunkową drogą. Pokazać, że istnieje miasto do którego można dojechac bezposrednio lub przez najwyzej jedno inne miasto.

10. (IOMG) W przestrzeni danych jest n punktów $(n \geq 4)$, takich że żadne cztery nie leżą na jednej płaszczyźnie. Każde dwa z tych punktów połaczono odcinkem niebieskim lub czerwonym. Udowodnić, ze można tak wybrać jeden z tych kolorów , aby każde dwa punkty były połaczone odcinkiem lub łamaną wybranego koloru.

11. Udowodnić, że w dowolnym zbiorze 50 parami róznych liczb mniejszych od 100 znajdziemy dwie względnie pierwsze.

12. Na płaszczyźnie dany jest zbiór n punktów, z których żadne trzy nie leżą na jednej prostej. Wykaż, że można wśród nich znaleźć takie trzy punkty, że okrąg poprowadzony przez nie nie zawiera w swoim wnętrzu innych punktów z tego zbioru.

13. Na drodze w kształcie okręgu rozmieszczono n samochodów. Pojazdy mają razem tyle paliwa. ze wystarczy aby jeden samochód wykonał pełne okrązenie. Wykazać, ze istnieje samochód który może wykonać pełne okrązenie pobierajac paliwo od spotkanych na drodze pojazdów.

14. Znaleźc wszystkie dodatnie rozwiazania układu równań:
$$x_1 + x_2 = x_3^2, \quad x_2 + x_3 = x_4^2, \quad x_3 + x_4 = x_5^2, \quad x_4 + x_5 = x_1^2, \quad x_5 + x_1 = x_2^2$$

15. Na płaszczyznie dany jest skończony zbiór punktów z których każdy jest pomalowany na biało lub niebiesko, tak że na odcinku łączącym punkty jednego koloru zawsze znajduje sie punkt koloru innego. Pokazać, ze wszystkie punkty leżą na jednej prostej.

16. Pokazać, że nie istnieją całkowite dodatnie rozwiazania równania
$$8x^4 + 4y^4 + 2z^4 = t^4.$$

17. (XLVII OM) W pewnej grupie kn osób każda osoba zna wiecej niz $(k-1)n$ innych. Udowodnij, że można z tej grupy wybrać $k+1$ osób, z których kazde dwie sie znają.

18. (XLV OM) W konferencji bierze udział $2n$ osób. Każdy uczestnik konferencji ma wśród pozostałych uczestników co najmniej n znajomych. Udowodnić, ze wszystkich uczestników można zakwaterować w pokojach dwu osobowych tak, aby każdy uczestnik mieszkał ze znajomym.

19. Na płaszczyznie mamy n prostych $(n \geq 3)$. Zadne dwie z nich nie są równoległe. Każdy punkt przecięcia jest punktem przeciecia conajmniej trzech prostych. Udowodnić, że wszystkie proste przecinaja sie w jednym punkcie.

20. Danych jest n niewspółliniowych punktów na płaszczyźnie. Przez dowolne dwa punkty poprowadzono linię prostą. Narysowano k prostych.Pokazac, że $k \geq n$.

21. Znaleźć wszystkie liczby pierwsze p dla których istnieją całkowite x, y oraz n takie, że $p^n = x^3 + y^3$.

22. Niech $a_1, a_2, \cdots, a_{2n+1}$ będzie zbiorem liczb całkowitych, takim ,że jeśli dowolna z nich zostanie usunięta to pozostałe mozna podzielić na dwa n elementowe podzbiory o równej sumie. Udowodnić, że $a_1 = a_2 = \cdots = a_{2n+1}$.

23. (IMO 1988) Niech a, b liczby dodatnie całkowite. Udowodnić, że jeśli $ab+1$ dzieli $a^2 + b^2$ to $\frac{a^2+b^2}{ab+1}$ jest kwadratem liczby całkowitej.

24. Kilka liczb całkowitych dodatnich zapisano na tablicy. Wymazujemy dwie dowolne liczby i zastąpujemy ich najwiekszym wspólnym podzielnikiem i najmniejszą wspólną wielokrotnością. Pokazać, że kontynuując ten proces zawsze w końcu uzyskamy liczby, które nie będa sie zmieniać.

25. Na dyskotece żaden chłopak nie tańczył z każda dziewczyną, ale każda dziewczyna tańczyła z conajmniej jednym chłopcem. Udowodnić, że są dwie pary (ch, dz) (ch', dz') które tańczyły ze sobą ale ch nie tańczył z dz' i dz nie tańczyła z ch.