

MiNI Akademia - Ćwiczenia

1. Mamy dane kwadraty $ABCD$, $DCFE$ i $EFGH$. Ile wynosi suma $\sphericalangle CAH + \sphericalangle FAH + \sphericalangle GAH$?
2. W kwadracie $ABCD$ niech punkty P i Q należą do boków odpowiednio CD i BC , przy czym $\sphericalangle PAQ = 45^\circ$. Wykazać, że $PQ = PD + QB$.
3. Mamy dany czworokąt $ABCD$ i punkt P wewnątrz niego. Ponadto $\sphericalangle ADP + \sphericalangle BCP = \sphericalangle APB$. Wykazać, że okręgi opisane na trójkątach APD i BCP są styczne.
4. W czworokącie $ABCD$ punkty K, L, M, N są środkami boków odpowiednio AB, BC, CD, DA . Odcinki KM i LN przecinają się w punkcie P . Udowodnić, że $[AKPN] + [CMPL] = [BLPK] + [DNPM]$.
5. Dany jest trójkąt równoboczny ABC i punkt P wewnątrz niego. D, E, F są rzutami prostokątnymi punktu P odpowiednio na boki AB, BC, CA . Udowodnić, że $[APF] + [BPD] + [CPE] = [APD] + [BPE] + [CPF]$.
6. Dany jest trójkąt prostokątny ABC . Na jego bokach zbudowano kwadraty $ABLK, BCNM$ i $CAPO$. Wykazać, że $[APK] = [BLM] = [CNO]$.
7. Wykazać, że w dwunastokącie foremnym $A_1A_2A_3\dots A_{11}A_{12}$ przekątne A_1A_5 , A_3A_8 i A_4A_{11} przecinają się w jednym punkcie.
8. Wykazać, że w sześciokącie $ABCDEF$ środki ciężkości trójkątów $ABC, BCD, CDE, DEF, EFA, FAB$ tworzą sześciokąt, w którym przeciwległe boki są równe i równoległe.
9. Dany jest trójkąt równoboczny ABC . Punkty D i E należą odpowiednio do boków CB i BA tego trójkąta i $CD = BE$. Punkt M jest środkiem odcinka DE . Wykazać, że $2 \cdot BM = AD$.
10. Miara każdego kąta sześciokąta $ABCDEF$ jest równa 120° . Udowodnij, że symetralne odcinków AB, CD i EF przecinają się w jednym punkcie.
11. Na bokach BC i CA trójkąta ABC zbudowano po jego zewnętrznej stronie kwadraty $BCDE$ oraz $CAFG$. Prosta przechodząca przez punkt C i prostopadła do prostej DG przecina odcinek AB w punkcie M . Udowodnij, że $AM = MB$.
12. W sześciokącie $ABCDEF$ wszystkie boki są równej długości oraz $\sphericalangle A + \sphericalangle C + \sphericalangle E = \sphericalangle B + \sphericalangle D + \sphericalangle F$. Udowodnij, że przekątne AD, BE, CF przecinają się w jednym punkcie.