Twierdzenie 1 (Zasada Szufladkowa Dirichleta). *Jeśli mamy n szufladek oraz więcej niż n przedmiotów, i jeżeli wszystkie przedmioty umieszczamy w jakiś sposób w szufladkach, to znajdzie się taka szufladka w której znajdą się dwa (lub więcej) przedmioty.*

Zadanie 2. *Udowodnij, że jeśli mamy 6 kotków i 5 misek z jedzeniem i wszystkie kotki podchodzą do misek, to przy jednej misce znajdą się dwa kotki (lub więcej).*

Zadanie 3. *Udowodnij, że w grupie 366 ludzie znajdzie się zawsze dwójka, która obchodzi urodziny tego samego dnia w roku. Zakładamy, że rok ma 365 dni.*

Zadanie 4. ***(Ciekawostka, nie do obliczania)*** *Ile osób potrzeba, by z szansą równą co najmniej 50% można było stwierdzić, że istnieje wśród tych osób taka dwójka, która obchodzi urodziny tego samego dnia w roku? Zakładamy, że rok ma 365 dni.*

Zadanie 5. *Udowodnij, że w Warszawie istnieją dwie takie osoby, które mają taką samą, dodatnią, liczbę włosów na głowie.*

Zadanie 6. *Podłogą z liczby rzeczywistej x nazywamy największą liczbę całkowitą, która jest nie większa niż x, oznaczamy $\lfloor x \rfloor$. Niekiedy ta funkcja jest znana pod nazwą cechy z liczby x i oznacza się ją $[x]$.*

Sufitem z liczby rzeczywistej x nazywamy najmniejszą liczbę całkowitą, która jest nie mniejsza niż x, oznaczamy $\lceil x \rceil$.

Oblicz $\lceil 2{,}16 \rceil$, $\lceil \sqrt{2} \rceil$, $\lceil 3{,}(3) \rceil$, $\lceil 3 \rceil$, $\lceil -\pi \rceil$, $\lfloor 2{,}16 \rfloor$, $\lfloor 3{,}4 \rfloor$, $\lfloor \pi \rfloor$, $\lfloor -2{,}13 \rfloor$.

Twierdzenie 7 (Zasada Szufladkowa Dirichleta (wersja ogólniejsza)). *Jeśli mamy n szufladek oraz k przedmiotów, i jeżeli wszystkie przedmioty umieszczamy w jakiś sposób w szufladkach, to znajdzie się taka szufladka w której znajdą się $\lceil k/n \rceil$ (lub więcej) przedmioty.*

Zadanie 8. *Mamy 10 cukierków i trzy woreczki do których wkładamy te woreczki. Jaka musi zajść prawidłowość wynikająca z powyższej zasady? A jeśli mielibyśmy 12, 14, 22 cukierków?*

Zadanie 9. *Ile, dzięki zasadzie szufladkowej Dirichleta, jesteśmy w stanie znaleźć ludzi w Warszawie, którzy mają taką samą, dodatnią, liczbę włosów na głowie?*

Zadanie 10. *Ile potrzebowalibyśmy losowych ludzi, by móc stwierdzić, że wśród nich na pewno znajdziemy 14 osób, które urodziły się tego samego dnia w tygodniu?*

Zadanie 11. *Udowodnij, że w grupie 10 osób, istnieje taka para ludzi, którzy znają taką samą liczbę osób w tej grupie. Zakładamy, że jeżeli osoba A zna B, to również B zna A.*

Zadanie 12. *Udowodnij, że umieszczając 5 punktów w kwadracie o boku równym 2, znajdą się co najmniej dwa punkty odległe od siebie maksymalnie o $\sqrt{2}$.*

Zadanie 13. *Mamy prostokąt 5×9 i 50 punktów. Punkty te umieszczamy w prostokącie. Uzasadnij, że dwa z nich będą oddalone od siebie o maksymalnie $\sqrt{2}$.*

Zadanie 14. *Udowodnij, że umieszczając 5 punktów w trójkącie równobocznym o boku równym 2, znajdą się co najmniej dwa punkty odległe od siebie maksymalnie o 1.*

Zadanie 15. *Udowodnij, że umieszczając 9 punktów w sześcianie o krawędzi długości 2, co najmniej dwa spośród nich odległe są od siebie maksymalnie o $\sqrt{3}$.*

Zadanie 16. *Udowodnij, że umieszczając 41 punktów w sześcianie o krawędzi długości 2, co najmniej sześć spośród nich odległe są od siebie nawzajem o $\sqrt{3}$.*

Zadanie 17. *Umieszczamy 7 punktów w kole o promieniu 1. Uzasadnij, że dwa z tych punktów są odległe od siebie o maksymalnie 1.*

Zadanie 18. *Przy okrągłym stole jest 10 miejsc oznaczonych proporczykami 10 różnych Państw. Ambasadorowie tych państw siedli przy tym stole w sposób losowy w takim sposób, że żaden z nich nie zajął swojego miejsca. Uzasadnij, że możemy tak obrócić okrągły stół, aby co najmniej dwóch ambasadorów siedziało przy właściwych proporczykach.*

Zadanie 19. *Umieszczono* 9 *wież na szachownicy* 8×8*. Udowodnij, że dwie z nich nie będą się nawzajem bić.*

Zadanie 20. *Umieszczono* 33 *gońce na szachownicy* 8×8*. Udowodnij, że można wybrać z nich* 5*, które nawzajem się nie biją.*

Zadanie 21. *Mamy* 11 *różnych liczb naturalnych. Udowodnij, że zawsze znajdziemy dwie takie, które mają taką samą cyfrę jedności.*

Zadanie 22. *Mamy* 6 *liczb całkowitych. Uzasadnij, że znajdziemy dwie takie liczby, które dają taką samą resztę z dzielenia przez* 5*.*

Jak będzie brzmiało uogólnienie tego twierdzenia w przypadku podzielności przez 7*,* 10*, i ogólnie przez* n*?*

Zadanie 23. *Mamy* 5 *liczb całkowitych, z których żadna nie dzieli się przez* 5*. Uzasadnij, że znajdziemy dwie takie liczby, które dają taką samą resztę z dzielenia przez* 5*.*

Zadanie 24. *Udowodnij, że spośród* 5 *liczb całkowitych możemy zawsze wybrać ileś liczb, których suma dzieli się przez* 5*.*

Zadanie 25. *Mamy 20 worków i 20 kotów. Dla każdego worka i każdego kota ustalamy cenę, przy czym worek może kosztować od 2zł 10gr do 4zł, a kot od 10zł do 12zł, a ceny są wielokrotnościami 1gr. Czy można tak ustalić cenę worków i kotów, aby każdy zestaw „kot+ worek" był w innej cenie?*

Zadanie 26. *Każdy punkt płaszczyzny pomalowano na jeden z kolorów: czerwony lub niebieski. Wykaż, że istnieją dwa punkty tego samego koloru odległe od siebie o 1.*

Zadanie 27. *Udowodnij, że spośród* 6 *osób znajdą się na pewno trzy takie, które się nawzajem znają, lub nie znają. Zakładamy, że jeżeli osoba* A *zna* B*, to również* B *zna* A*.*

Zadanie 28. *Dane jest* 6 *różnych punktów na płaszczyźnie, z których żadne trzy nie są współliniowe. Między każdymi dwoma punktami rysujemy niebieski lub czerwony odcinek. Udowodnij, że zawsze znajdzie się jednokolorowy trójkąt o wierzchołkach w danych punktach.*

Zadanie 29. ***[IMO]*** *Mając sześć punktów na płaszczyźnie, z których żadne trzy nie są współliniowe, oraz których odległości między poszczególnymi punktami są parami różne, udowodnij, że istnieje taki odcinek, który jest zarazem najdłuższym bokiem jednego trójkąta, oraz najkrótszym bokiem innego trójkąta.*