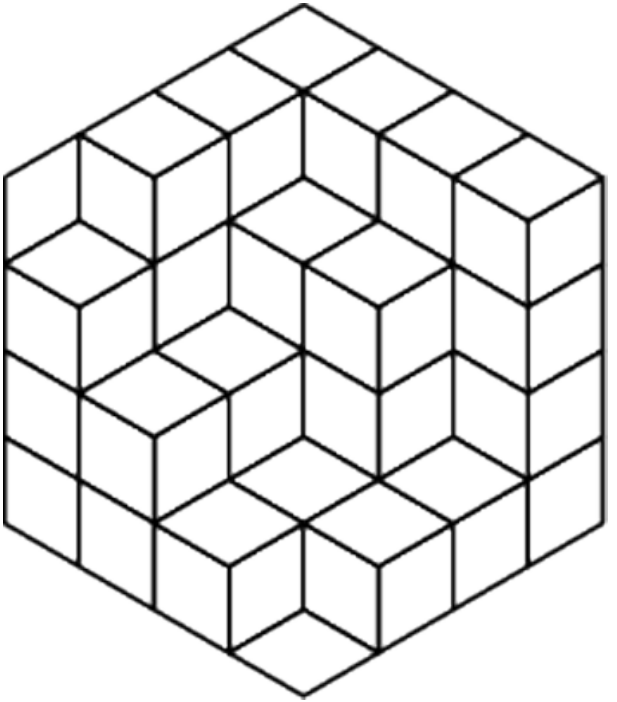
MiNI Akademia Matematyki

Wędrówki między płaszczyzną a przestrzenią

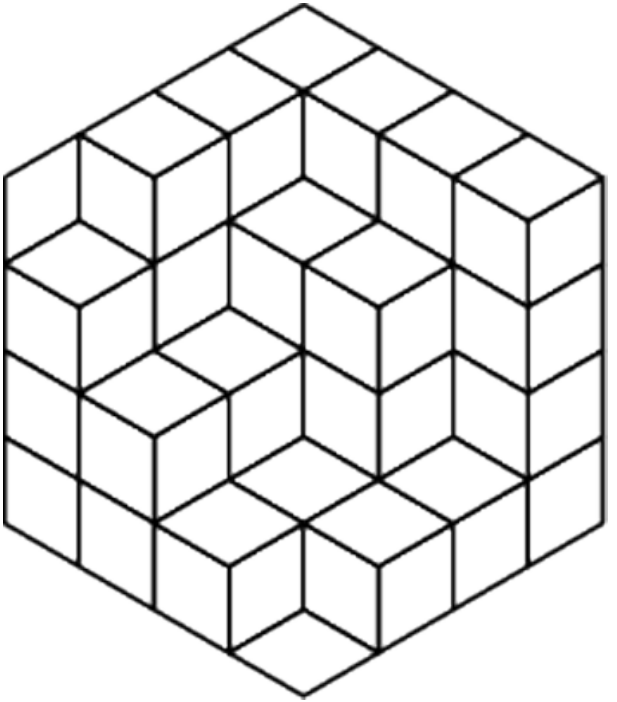
Joanna Jaszuńska

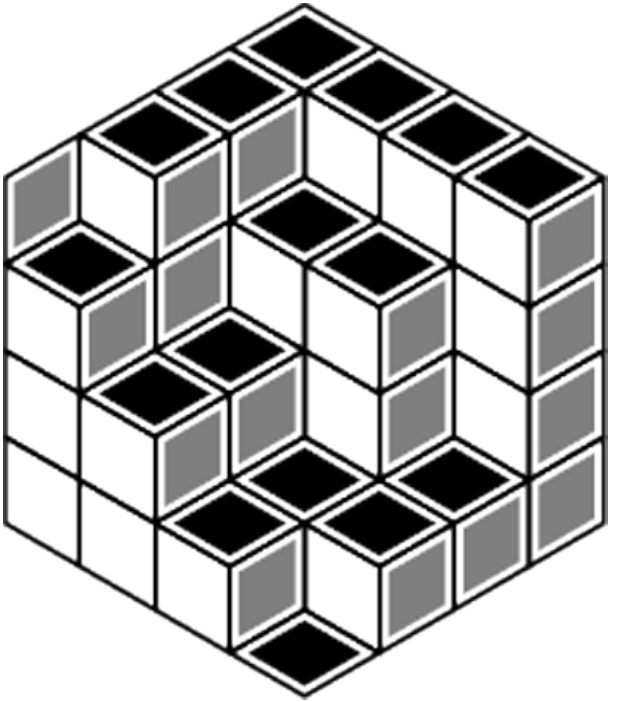
Warszawa, 8 marca 2014

Sześciokąt foremny podzielono na romby „jednostkowe”. Wykaż, że jest po tyle samo rombów w każdym z kierunków.

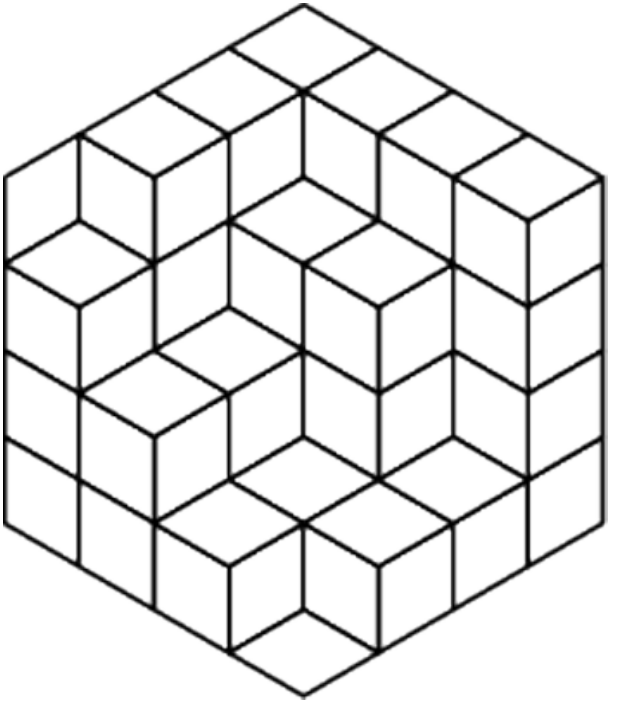


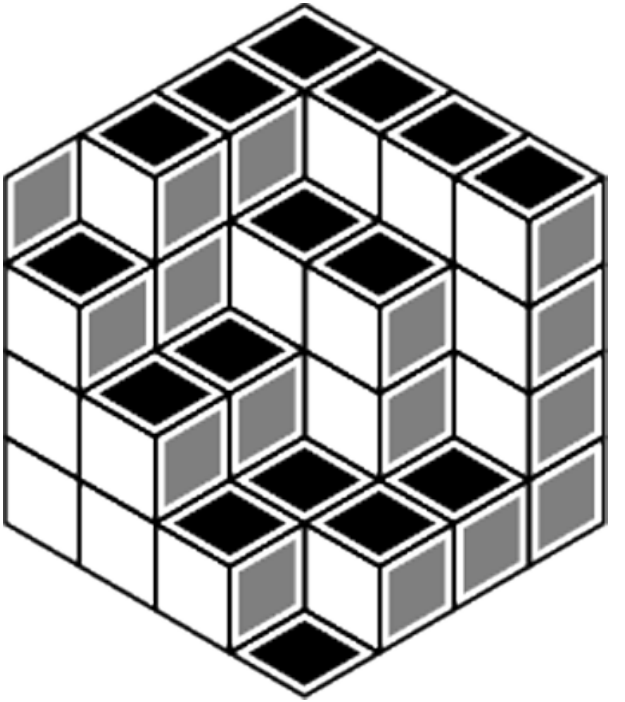
Sześciokąt foremny podzielono na romby „jednostkowe”. Wykaż, że jest po tyle samo rombów w każdym z kierunków.





Sześciokąt foremny podzielono na romby „jednostkowe”. Wykaż, że jest po tyle samo rombów w każdym z kierunków.





Łącznie jest $3n^2$ rombów.

Jak narysować 7-kąt foremny?

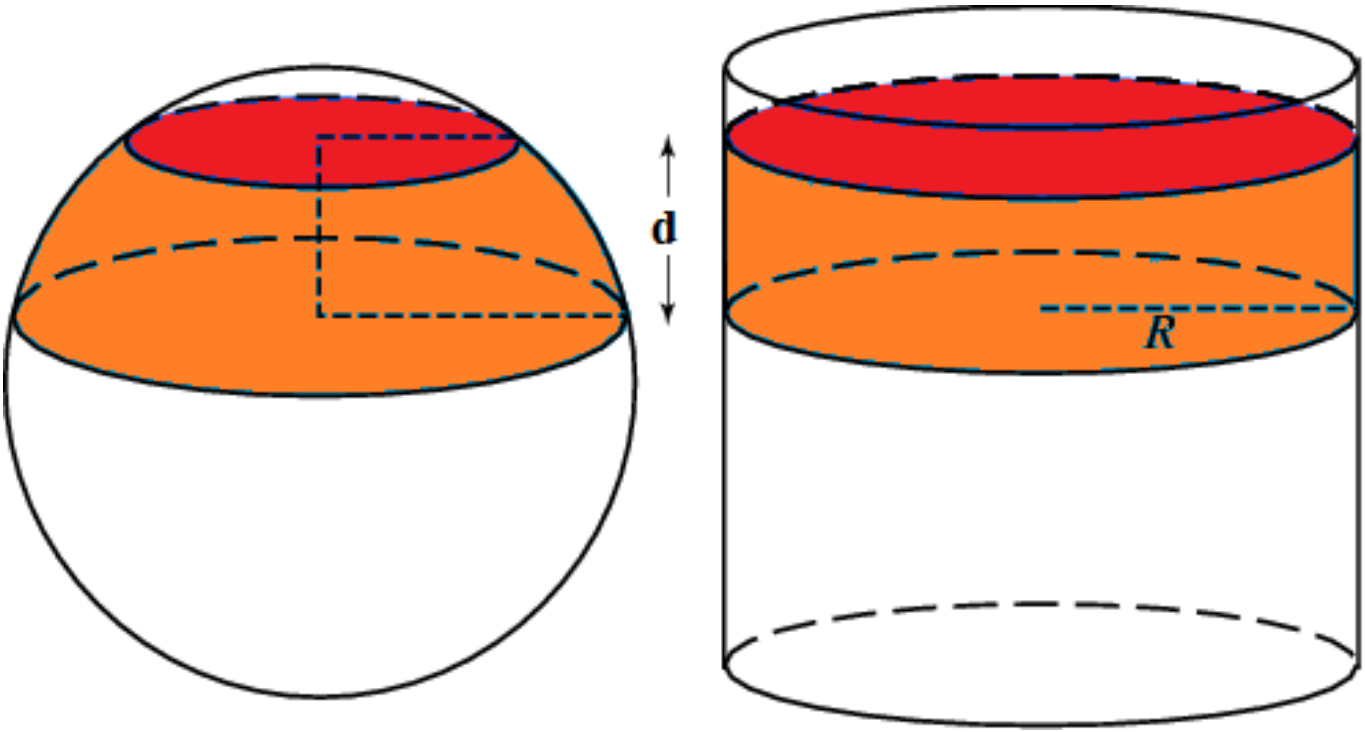
Czy koło o średnicy $2R$ można przykryć n pasami o szerokości d, jeśli $nd < 2R$?

Czy koło o średnicy $2R$ można przykryć n pasami o szerokości d, jeśli $nd < 2R$?

Twierdzenie o pomarańczy

Czy koło o średnicy $2R$ można przykryć n pasami o szerokości d, jeśli $nd < 2R$?

Twierdzenie o pomarańczy



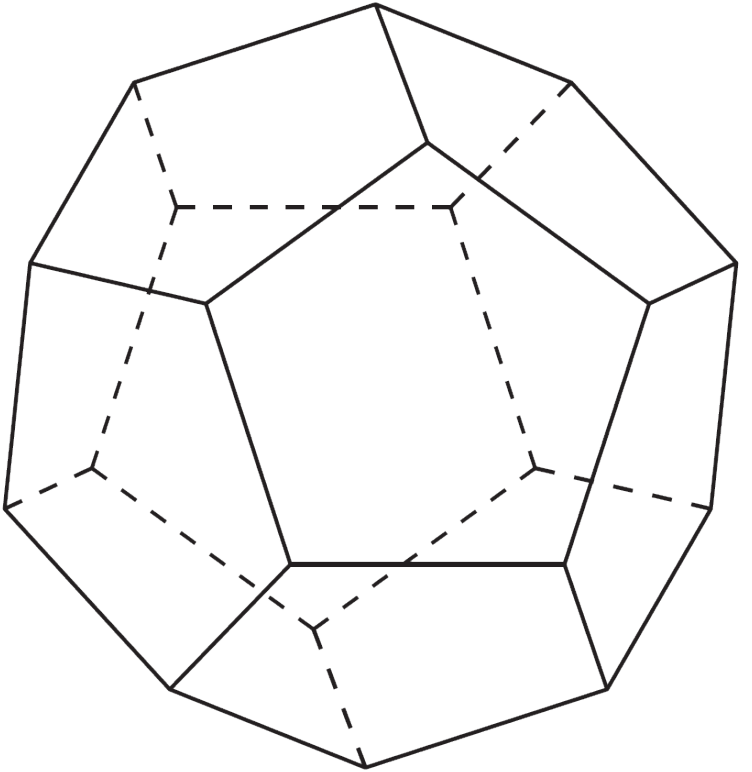
Punkty K i L leżą odpowiednio na bokach BC i CD kwadratu $ABCD$, przy czym $CK = DL$.

Proste AK i AL przecinają przekątną BD odpowiednio w punktach P i Q.

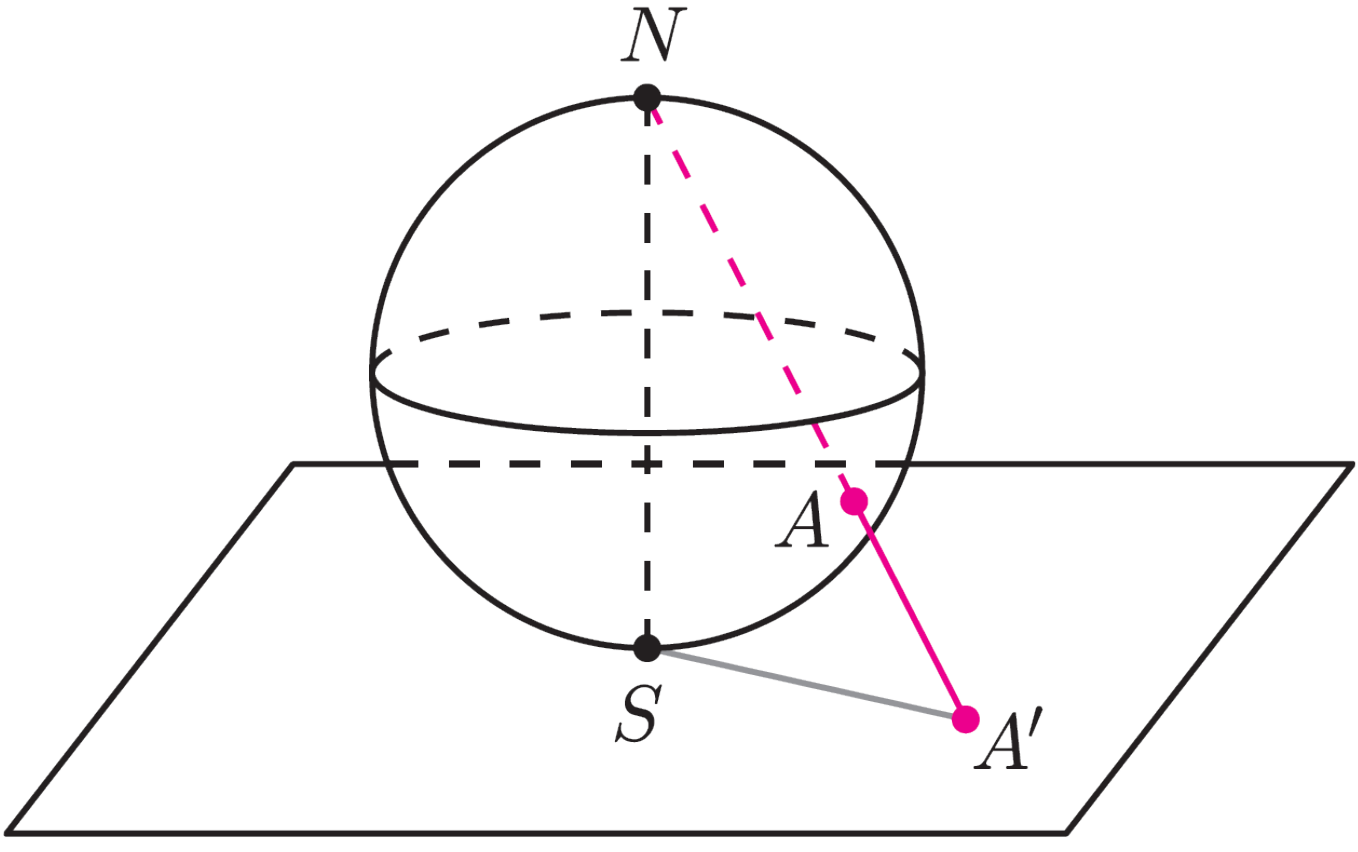
Wykaż, że z odcinków o długościach BP, PQ, QD można zbudować trójkąt.

Znajdź na płaszczyźnie skończenie wiele takich okręgów o rozłącznych wnętrzach, że każdy jest styczny do dokładnie pięciu z pozostałych.

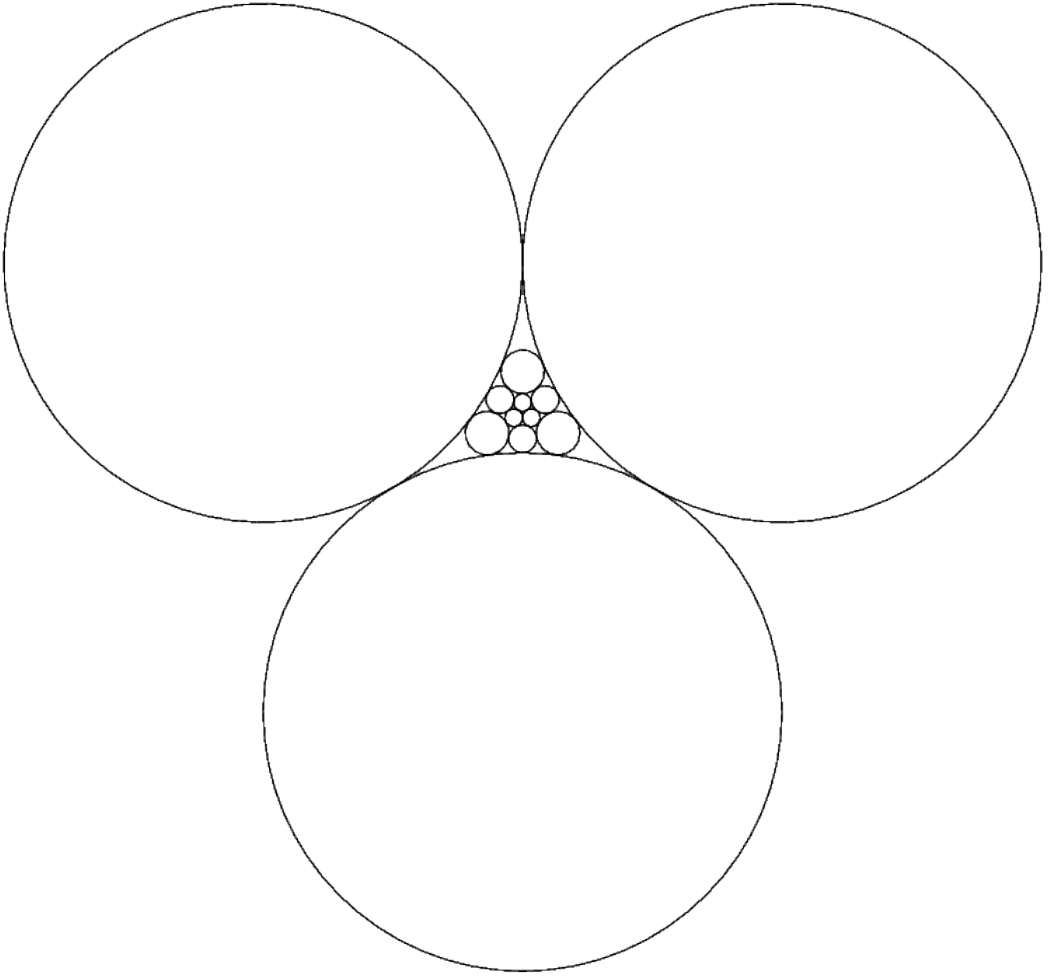
Znajdź na płaszczyźnie skończenie wiele takich okręgów o rozłącznych wnętrzach, że każdy jest styczny do dokładnie pięciu z pozostałych.



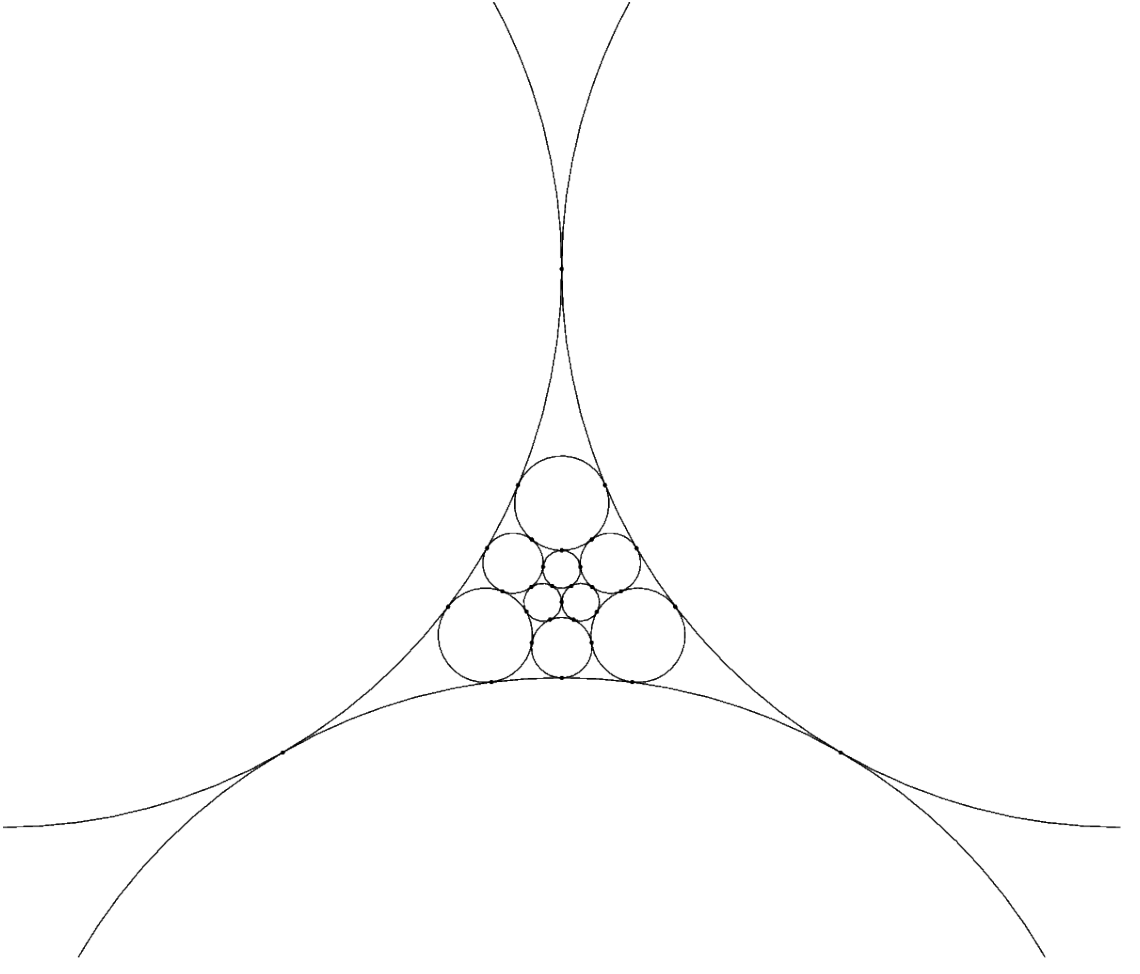
Rzut stereograficzny



Rozwiązanie zadania



Rozwiązanie zadania — zbliżenie



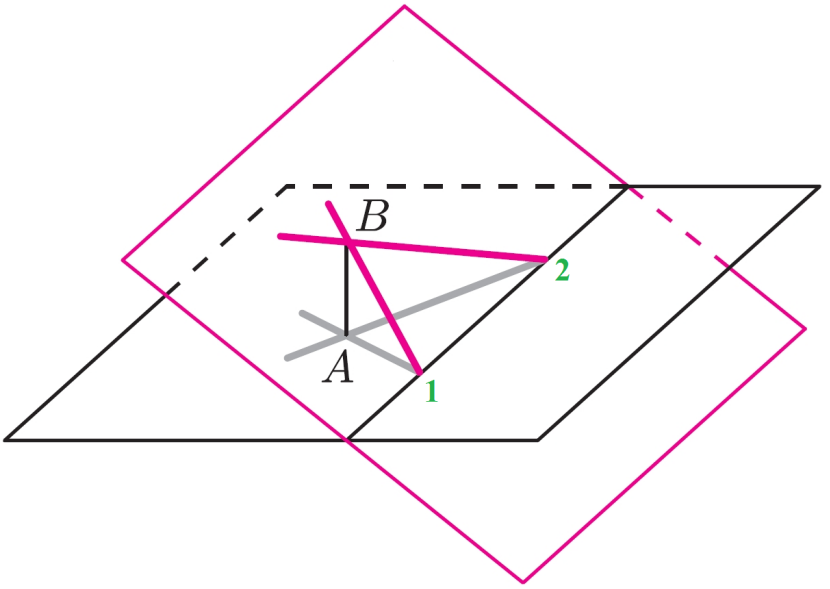
Czterej wędrowcy idą po płaskiej łące. Każdy z nich maszeruje prosto przed siebie ze swoją stałą prędkością. Z dróg, którymi idą, żadne dwie nie są równoległe ani żadne trzy nie przecinają się w jednym punkcie.

Czterej wędrowcy idą po płaskiej łące. Każdy z nich maszeruje prosto przed siebie ze swoją stałą prędkością. Z dróg, którymi idą, żadne dwie nie są równoległe ani żadne trzy nie przecinają się w jednym punkcie.

Udowodnij, że jeśli ma miejsce pięć spośród sześciu możliwych spotkań wędrowców, to szóste spotkanie też musi nastąpić.

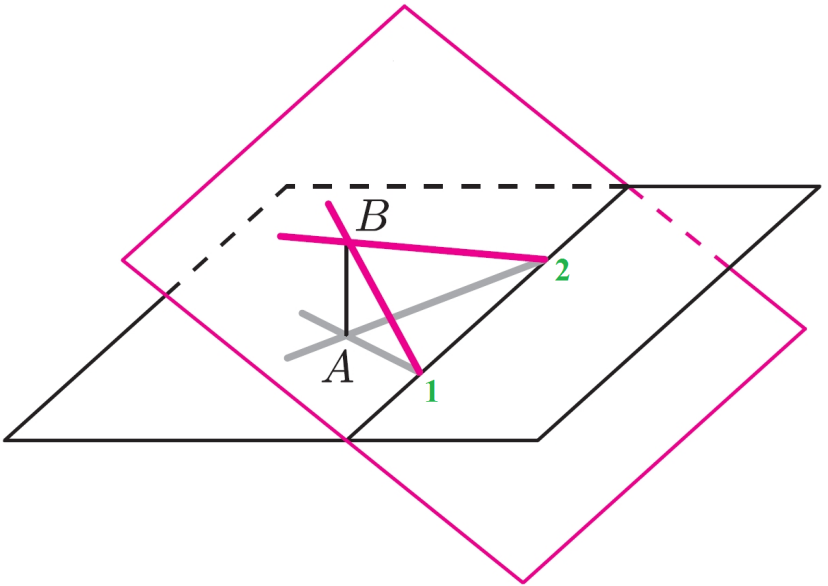
Czterej wędrowcy idą po płaskiej łące. Każdy z nich maszeruje prosto przed siebie ze swoją stałą prędkością. Z dróg, którymi idą, żadne dwie nie są równoległe ani żadne trzy nie przecinają się w jednym punkcie.

Udowodnij, że jeśli ma miejsce pięć spośród sześciu możliwych spotkań wędrowców, to szóste spotkanie też musi nastąpić.



Czterej wędrowcy idą po płaskiej łące. Każdy z nich maszeruje prosto przed siebie ze swoją stałą prędkością. Z dróg, którymi idą, żadne dwie nie są równoległe ani żadne trzy nie przecinają się w jednym punkcie.

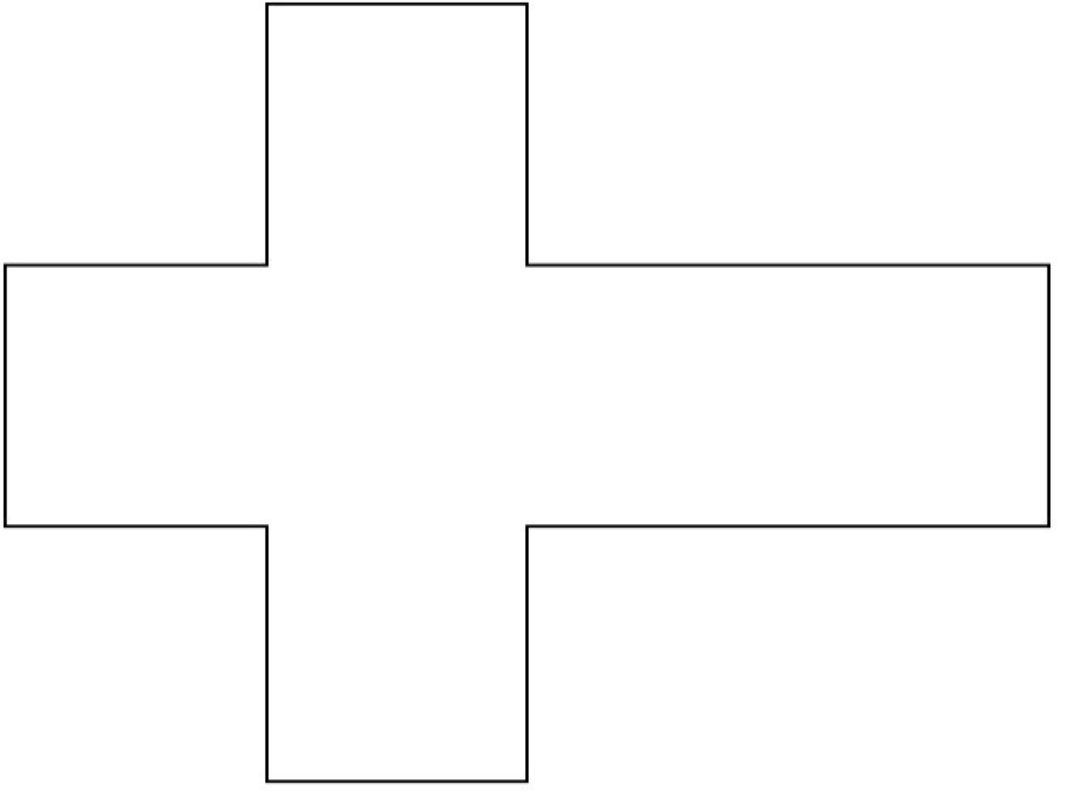
Udowodnij, że jeśli ma miejsce pięć spośród sześciu możliwych spotkań wędrowców, to szóste spotkanie też musi nastąpić.



Dodatkowo można wykazać, że w każdej chwili wszyscy wędrowcy znajdują się na jednej prostej.

Winorośl wyrastająca u podnóża drzewa pnie się równomiernie w górę, owijając czterokrotnie jego pień o obwodzie 3 m i wysokości 5 m. Jaka jest długość pędu winorośli?

Powierzchnię pewnego wielościanu rozcięto i rozłożono, otrzymując płaski wielokąt o kształcie



Czy wyjściowy wielościan musiał być sześcianem?

Metamorphosis of the Cube

Erik Demaine, Martin Demaine, Anna Lubiw,
Joseph O'Rourke, Irena Pashchenko

http://erikdemaine.org/metamorphosis

Czy istnieją dwa różne wielościany o identycznych siatkach?

Czy istnieją dwa różne wielościany o identycznych siatkach?

Czy istnieją dwa różne wielościany *wypukłe* o identycznych siatkach?

Czy istnieją dwa różne wielościany o identycznych siatkach?

Czy istnieją dwa różne wielościany *wypukłe* o identycznych siatkach?

http://demonstrations.wolfram.com/TwoConvexPolyhedraWithTheSameNet

Czy istnieją dwa różne wielościany o identycznych siatkach?

Czy istnieją dwa różne wielościany *wypukłe* o identycznych siatkach?

http://demonstrations.wolfram.com/TwoConvexPolyhedraWithTheSameNet

Czy istnieją dwa różne wielościany wypukłe o identycznych siatkach, które uzyskuje się sklejając *te same krawędzie siatek?*

Czy istnieją dwa różne wielościany o identycznych siatkach?

Czy istnieją dwa różne wielościany *wypukłe* o identycznych siatkach?

http://demonstrations.wolfram.com/TwoConvexPolyhedraWithTheSameNet

Czy istnieją dwa różne wielościany wypukłe o identycznych siatkach, które uzyskuje się sklejając *te same krawędzie siatek?*

Tak dobrze już nie ma — twierdzenie Cauchy'ego o sztywności wielościanów.

Czy istnieją dwa różne wielościany o identycznych siatkach?

Czy istnieją dwa różne wielościany *wypukłe* o identycznych siatkach?

http://demonstrations.wolfram.com/TwoConvexPolyhedraWithTheSameNet

Czy istnieją dwa różne wielościany wypukłe o identycznych siatkach, które uzyskuje się sklejając *te same krawędzie siatek?*

Tak dobrze już nie ma — twierdzenie Cauchy'ego o sztywności wielościanów.

Więcej o rozcinaniu i sklejaniu wielościanów
oraz odpowiedzi na powyższych kilka pytań będzie można przeczytać w sierpniowym numerze miesięcznika *Delta*.

Źródła rysunków

Niektóre rysunki pochodzą z miesięcznika *Delta*.
12 okręgów stycznych narysował Wojciech Guzicki.