Materiał ćwiczeniowy – warsztaty (skala trudności: [1]-[3])

1) W ujęciu tabelkowym rozwiązać układy równań (albo stwierdzić sprzeczność)

a) **[1]** $\begin{cases} 2x-5y=-4 \\ 4x+3y=5 \\ 6x+y=4 \end{cases}$; b) **[2]** $\begin{cases} x-2y+3z-4=0 \\ 3x+2y-5z-4=0 \end{cases}$; c) **[3]** $\begin{cases} 2x_1-x_2+x_3+x_4=1 \\ x_1+2x_2-x_3+4x_4=2 \\ x_1+7x_2-4x_3+11x_4=m \end{cases}$ w zależności od $m \in R$.

2) (*Maksymalizacja zysku*) Przedsiębiorstwo produkuje 2 wyroby A i B, zużywając do tego 3 rodzaje surowców S_1, S_2, S_3. Zasoby, ilości surowców do wykonania wyrobów oraz zyski jednostkowe poszczególnych wyrobów przedstawia tabela:

	Wyrób A	Wyrób B	Zasób
Surowiec S_1	1	2	35
Surowiec S_2	2	1	40
Surowiec S_3	3	2	90
Zysk jedn.(zł)	60	50	

Zaplanować taki plan produkcji, aby zysk był największy.
Powyższy POL rozwiązać: a) **[1]** metodą geometryczną; b) **[2]** algorytmem AS (w postaci ciągu tablic)

3) (*Minimalizacja kosztu*) W hodowli pewnego gatunku zwierząt użyto 2 pasz A i B, które zawierają 3 składniki odżywcze P_1, P_2, P_3. Ich ekstremalne ilości oraz udział w poszczególnych paszach i koszty jednostkowe ujmuje tabela:

	Pasza A	Pasza B	Ekstremalna ilość
Składnik P_1	2	1	min. 50
Składnik P_2	2	3	min. 70
Składnik P_3	3	2	max. 90
Koszt jedn.(zł)	25	20	

Podać takie ilości paszy każdego gatunku, aby zapewnić potrzebne ilości składników odżywczych przy minimalnym koszcie.
Powyższy POL rozwiązać: a) **[1]** metodą geometryczną; b) **[2]** algorytmem DAS (w postaci ciągu tablic).

4) Rozwiązać POLC: $\boxed{x_0 = 2x_1 + x_2 \to \max \text{ przy ograniczeniach O: } 3x_1 + x_2 \le 7 \ \wedge \ x_1 + 3x_2 \le 7 \ \wedge \ x_1, x_2 \ge 0 \text{ i clb}}$, stosując:

a) **[1]** metodę geometryczną; b) **[3]** AS CLB lub algorytm Gomory’ego.

5) Rozwiązać a) **[3]** POL: $\boxed{x_0 = -x_1 + x_2 - x_3 \to \max, \text{ O: } x_1 + x_2 + x_3 = 4 \wedge -x_1 + x_2 + x_3 \le 2 \wedge x_2 \ge 3 \ \wedge \ x_1, x_3 \ge 0}$;

b) **[3]** POLC: $\boxed{x_0 = -x_1 + 3x_2 - 3x_3 \to \min, \quad \text{O: } \begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 \le 4 \\ -3x_1 + 2x_2 + x_3 \le 3 \ \wedge \ x_1, x_2, x_3 \ge 0 \text{ i clb} \\ 4x_1 - 3x_2 \le 2 \end{cases}}$.

TEST [2] POL: $x_0 = 3x_1 + x_2 \to \max$, O: $x_1 + x_2 \le 6 \ \wedge \ x_1 - x_2 \ge -2 \ \wedge \ x_1 - 3x_2 \le 3$, $x_1, x_2 \ge 0$ rozwiązywano algorytmem AS, otrzymując w pewnym kroku tablicę sympleksową:

	1	$-x_5$	$-x_2$
$x_0 =$	9	3	-10
$x_3 =$	3	-1	4
$x_4 =$	5	1	-2
$x_1 =$	3	1	-3

. Wybrać właściwą odpowiedź spośród podanych:

1. Rozwiązaniem optymalnym tego problemu jest punkt (x_1, x_2) równy: a) $(2,4)$; b) $(3,0)$; c) $\left(\frac{21}{4}, \frac{3}{4}\right)$; d) $\left(\frac{13}{2}, \frac{3}{4}\right)$.
2. Zakładając dodatkowo, że x_1, x_2 są całkowite, rozwiązaniem optymalnym jest punkt: a) $(6,0)$; b) $(5,1)$; c) $(4,2)$; d) $(3,4)$.