Rozwiązania (wskazówki) –Warsztaty AKADEMIA MINI

1) a) np.

	1	$-x$	$-y$
$0=$	-4	2	-5
$0=$	5	4	3
$0=$	4	6	[1]

	1	$-x$	
$0=$	1	[2]	$(:16)$
$0=$	1	2	$(:-7)$
$y=$	4	6	

	1
$x=$	$\frac{1}{2}$
~~$0=$~~	~~0~~
$y=$	1

Odp. Dokładnie jedno rozwiązanie: $x=0{,}5 \wedge y=1$

b) np.

	1	$-x$	$-y$	$-z$
$0=$	4	[1]	-2	3
$0=$	4	3	2	-5

	1	$-y$	$-z$
$x=$	4	-2	3
$0=$	-8	[8]	-14

	1	$\overbrace{-z}^{-t}$
$x=$	2	$-\frac{1}{2}$
$y=$	-1	$-\frac{7}{4}$

$z=t \in \boldsymbol{R}$ - parametr

Odp. Nieskończenie wiele rozwiązań 1-parametrowych: $\begin{cases} x=2+\frac{1}{2}t \\ y=-1+\frac{7}{4}t \\ z=t \end{cases}$; dokonać sprawdzenia.

c) np.

	1	$-x_1$	$-x_2$	$-x_3$	$-x_4$
$0=$	1	2	-1	1	1
$0=$	2	[1]	2	-1	4
$0=$	m	1	7	-4	11

	1	$-x_2$	$-x_3$	$-x_4$
$0=$	-3	-5	[3]	-7
$x_1=$	2	2	-1	4
$0=$	$m-2$	5	-3	7

	1	$\overbrace{-x_2}^{-t_1}$	$\overbrace{-x_4}^{-t_2}$
$x_3=$	-1	$-\frac{5}{3}$	$-\frac{7}{3}$
$x_1=$	1	$\frac{1}{3}$	$\frac{5}{3}$
$0=$	$m-5$	0	0

Odp. $m \neq 5$, to układ sprzeczny (równanie trzecie: $0=\underbrace{m-5}_{\neq 0}+0(-x_2)+0(-x_4)$ jest sprzeczne)

$m=5$, to skreślamy ostatnie równanie (same „zera"), przyjmujemy za parametry zmienne $\begin{cases} x_2=t_1 \in \boldsymbol{R} \\ x_4=t_2 \in \boldsymbol{R} \end{cases}$

i z tabelki odczytujemy wzory na nieskończenie wiele rozwiązań 2-parametrowych: $\begin{cases} x_1=1-\frac{1}{3}t_1-\frac{5}{3}t_2 \\ x_2=t_1 \\ x_3=-1+\frac{5}{3}t_1+\frac{7}{3}t_2 \\ x_4=t_2 \end{cases}$; sprawdzić!.

2) **AS**

T_0:

	1	$-x_1$	$-x_2$	
$x_0=$	0	-60	-50	
$x_3=$	35	1	2	$\frac{35}{1}$
$x_4=$	40	[2]	1	$\frac{40}{2}$
$x_5=$	90	3	2	$\frac{90}{3}$

T_1:

	1	$-x_4$	$-x_2$	
$x_0=$	1200	30	-20	
$x_3=$	15	$-\frac{1}{2}$	[$\frac{3}{2}$]	10
$x_1=$	20	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	40
$x_5=$	30	$-\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$	60

$\hat{T}$:

	1	$-x_4$	$-x_3$
$x_0=$	1400	+	+
$x_2=$	10		
$x_1=$	15		
$x_5=$	25		

Odp. $\hat{x}_1=15$, $\hat{x}_2=10$, $\hat{x}_0=1400$ Spr.

3) **DAS**

T_0:

	1	$-x_1$	$-x_2$
$-x_0=$	0	25	20
$x_3=$	-50	-2	-1
$x_4=$	-70	-2	[-3]
$x_5=$	90	3	2
		$-\frac{25}{2}$	$-\frac{20}{3}$

T_1:

	1	$-x_1$	$-x_4$
$-x_0=$	$-\frac{1400}{3}$	$\frac{35}{3}$	$\frac{20}{3}$
$x_3=$	$-\frac{80}{3}$	[$-\frac{4}{3}$]	$-\frac{1}{3}$
$x_2=$	$\frac{70}{3}$	$\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{3}$
$x_5=$	$\frac{130}{3}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{2}{3}$

$\hat{T}$:

	1	$-x_3$	$-x_4$
$-x_0=$	-700	+	+
$x_1=$	20		
$x_2=$	10		
$x_5=$	10		

Odp. $\hat{x}_1=20$, $\hat{x}_2=10$, $\hat{x}_0=700$ Spr.

4) **AS CLB** T_0

		1	$-x_1$	$-x_2$	
	$x_0 =$	0	−2	−1	
źród.	$x_3 =$	7	3	1	$\frac{7}{3}$
	$x_4 =$	7	1	3	$\frac{7}{1}$
	$s_1 =$	2	[1]	0	

T_1:

	1	$-x_1$	$-x_2$	
$x_0 =$	4	2	−1	
$x_3 =$	1	−3	[1]	$\frac{1}{1}$
$x_4 =$	5	−1	3	$\frac{5}{3}$
$x_1 =$	2	1	0	

T_3:

		1	$-s_1$	$-x_3$	
	$x_0 =$	5	−1	1	
	$x_2 =$	1	−3	1	
źród.	$x_4 =$	2	8	−3	$\frac{2}{8}$
	$x_1 =$	2	1	0	$\frac{2}{1}$
	$s_2 =$	0	[1]	−1	

$\hat{T}$:

	1	$-s_1$	$-s_2$
$x_0 =$	5	1	0
$x_2 =$	1		
$x_4 =$	2		
$x_1 =$	2		
$x_3 =$	0		

Odp. $\hat{x}_1 = 2$, $\hat{x}_2 = 1$, $\hat{x}_0 = 5$ Spr.

AS Gomory'ego

AS związane T_0:

	1	$-x_1$	$-x_2$	
$x_0 =$	0	−2	−1	
$x_3 =$	7	[3]	1	$\frac{7}{3}$
$x_4 =$	7	1	3	$\frac{7}{1}$

T_1:

	1	$-x_3$	$-x_2$	
$x_0 =$	$\frac{14}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{-1}{3}$	
$x_3 =$	$\frac{7}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	7
$x_4 =$	$\frac{14}{3}$	$\frac{-1}{3}$	[$\frac{8}{3}$]	$\frac{7}{4}$

$T_0^{GOM.}$:

		1	$-x_3$	$-x_4$
źród.	$x_0 =$	$\frac{21}{4}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{1}{8}$
	$x_1 =$	$\frac{7}{4}$	$\frac{9}{8}$	$-\frac{1}{8}$
	$x_2 =$	$\frac{7}{4}$	$-\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$
	$s =$	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{5}{8}$	[$-\frac{1}{8}$]

$\hat{T}$:

	1	$-x_3$	$-s$
$x_0 =$	5	+	+
$x_1 =$	2		
$x_2 =$	1		
$x_4 =$	2		

Odp. Jak powyżej.

5) a) FC: $x_0 = -x_1 + x_2 - x_3 \to \max$

O: $\begin{cases} 0 = 4 - x_1 - x_2 - x_3 \\ x_4 = 2 - x_1 - x_2 + x_3 \\ 0 = 3 \quad - x_2 \quad + x_5 \\ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow$

	1	$\uparrow$ $-x_1$	$-x_2$	$-x_3$	$-x_5$
$x_0 =$	0	1	−1	1	0
$\leftarrow 0 =$	4	$\boxed{1}$	1	1	0
$x_4 =$	2	−1	1	1	0
$0 =$	3	0	1	0	−1

1	1	$\uparrow$ $-x_2$	$-x_3$	$-x_5$	
$x_0 =$	−4	−2	0	0	
$x_1 =$	4	1	1	0	$\frac{4}{1} = 4$
$x_4 =$	6	2	2	0	$\frac{6}{2} = 3$
$\leftarrow 0 =$	3	$\boxed{1}$	0	−1	$\frac{3}{1} = \underline{3}$

AS T_0:

	1	$-x_3$	$\uparrow$ $-x_5$	
$x_0 =$	2	0	−2	
$x_1 =$	1	1	1	$\frac{1}{1} = 1$
$\leftarrow x_4 =$	0	2	$\boxed{2}$	$\frac{0}{2} = \underline{0}$
$x_2 =$	3	0	−1	

$T_1 = \hat{T}$:

	1	$-x_3$	$-x_4$
$x_0 =$	2	+	+
$x_1 =$	1		
$x_5 =$	0		
$x_2 =$	3		

Odp. $\hat{x}_1 = 1$, $\hat{x}_2 = 3$, $\hat{x}_3 = 0$, $\hat{x}_0 = 2$ Spr.

b) **AS CLB** T_0:

	1	$-x_1$	$-x_2$	$\uparrow$ $-x_3$
$-x_0 =$	0	−1	3	−3
$x_4 =$	4	2	1	−1
$\leftarrow x_5 =$	3	−3	2	$\boxed{1}$
$x_6 =$	2	4	−3	0

T_1:

	1	$\uparrow$ $-x_1$	$-x_2$	$-x_5$
$-x_0 =$	9	−10	9	3
$x_4 =$	7	−1	3	1
$x_3 =$	3	−3	2	1
$x_6 =$	2	4	−3	0
$\leftarrow s_1 =$	0	$\boxed{1}$	−1	0

T_2:

	1	$-s_1$	$\uparrow$ $-x_2$	$-x_5$
$-x_0 =$	9	10	−1	3
$x_4 =$	7	1	2	1
$x_3 =$	3	3	−1	1
$\leftarrow x_6 =$	2	−4	$\boxed{1}$	0
$x_1 =$	0	1	−1	0

$\hat{T}$:

	1	$-s_1$	$-x_6$	$-x_5$
$-x_0 =$	11	+	+	+
$x_4 =$	3			
$x_3 =$	5			
$x_2 =$	2			
$x_1 =$	2			

Odp. $\hat{x}_1 = 2$, $\hat{x}_2 = 2$, $\hat{x}_3 = 5$, $\hat{x}_0 = -11$ Spr.