Zadanko 1. *W każdej komórce tablicy* 5×7 *mamy wpisane zera oraz jedynki. Podczas jednego ruchu możemy: zamienić dwie jedynki na dwa zera; zamienić dwa zera na dwie jedynki; zamienić jedną jedynkę na zero oraz jedno zero na jedynkę. Czy jest możliwe aby z tablicy* 5×7 *złożonej z samych* 1 *otrzymać tablicę złożoną z samych* 0*?*

Zadanko 2. *Na tablicy zapisano dziesięć znaków "+" i piętnaście znaków "-". W jednym ruchu ścieramy dwa dowolne znaki i zapisujemy na tablicy "+", gdy znaki były takie same, oraz "-", jeśli były różne. Po* 24 *ruchach zostaje jeden znak, jaki?*

Zadanko 3. *Pokaż, że jeśli w turnieju ping-ponga bierze udział* 25 *osób, to na koniec turnieju liczba osób, które rozegrały parzystą liczbę gier, jest nieparzysta.*

Zadanko 4. *Znajdź minimalną liczbę złamań wymaganych do rozbicia* 11×13 *tabliczki czekolady na kwadraty* 1×1.

Zadanko 5. *Pewien zwierz, np. hydra, ma dokładnie* 100 *głów. Rycerz może ściąć hydrze naraz jedynie* $15, 17, 20$ *lub* 5 *głów jednym cięciem swojego miecza. Niestety, odpowiednio hydrze przy tych cięciach wyrastają* $24, 2, 14$ *oraz* 17 *nowych głów. Hydra zostanie pokonana jedynie wtedy, kiedy wszystkie głowy zostają jej obcięte. Czy rycerz pokona hydrę?*

Zadanko 6. *Czy w wyrażeniu* $\sum_{k=1}^{2022} k = +1 + 2 + 3 + \ldots + 2022$ *można zamienić niektóre znaki* $+$ *na* $-$ *w ten sposób, by wynik był równy* 0*?*

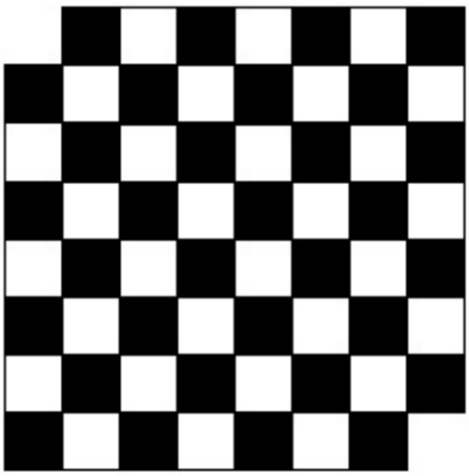
Zadanko 7. *Na tablicy zapisano* 23 *pięciocyfrowych liczb pierwszych. Możemy zmazać dwie zapisane na tablicy liczby i zamiast nich zapisać wartość bezwzględną ich różnicy. Postępujemy tak aż do momentu, gdy na tablicy pozostanie jedna liczba. Czy tą liczbą może być* 2024*?*

Zadanko 8. *Niech* $\Sigma(x)$ *oznacza sumę cyfr liczby naturalnej* x*. Udowodnij, że* x *oraz* $\Sigma(x)$ *dają taką samą resztę z dzielenia przez* 3 *oraz resztę z dzielenia przez* 9.

Zadanko 9. *Niech ciąg* (a_n) *będzie opisany w następujący sposób:* $a_1 = 1$, $a_{n+1} = a_n + \Sigma(a_n)$ *dla* $n \geqslant 1$*, gdzie* $\Sigma(x)$ *oznacza sumę cyfr liczby naturalnej* x*. Czy istnieje takie* m *dla którego* $a_m = 2022^{2021}$*?*

Zadanko 10. *Dana jest liczba* $\sum_{k=1}^{2024} k! = 1! + 2! + 3! + \ldots + 2024!$*. Najpierw obliczamy sumę jej cyfr, następnie obliczamy sumę cyfr tak otrzymanej liczby i tak dalej, aż otrzymamy liczbę jednocyfrową. Jaka to liczba?*

Zadanko 11. *Zaczynasz od szachownicy 8×8. Z jakiegoś powodu na twojej szachownicy brakuje dwóch przeciwległych narożników, jak pokazano na rysunku 1. Masz 31 kostek domina i chcesz ułożyć to, co zostało z szachownicy z tymi domino. (Domino to płytka o wymiarach 2 × 1) Czy potrafisz to zrobić?*



Zadanko 12. *Mamy zwykłą czarno-białą szachownicę* 8×8*. Możesz wybrać dowolną kolumnę lub wiersz lub dowolny kwadrat* 2×2 *tej (lub później, zmienionej) szachownicy i zamienić wszystkie białe i czarne pola ze sobą. Czy możliwe jest otrzymanie szachownicy z* 62 *białymi polami i* 2 *czarnymi?*

Zadanko 13. *Mamy trzy stosy klocków domino: pierwszy jest złożony z* 51 *kostek, drugi z* 49 *kostek, a trzeci z* 5 *kostek. W jednym kroku możesz zrobić jedną z dwóch następujących rzeczy:*

- *możesz połączyć dwa stosy ze sobą;*
- *możesz podzielić stos na dwa równoliczne stosy (oczywiście tylko w wypadku, gdy dzielimy stos, który ma parzyście wiele klocków).*

Czy możliwym jest otrzymanie 105 *stosów składających się każdy z jednej kostki domino?*

Zadanko 14. *Na okręgu napisano* n *liczb naturalnych. Między każdymi dwiema sąsiednimi liczbami wpisujemy ich największy wspólny dzielnik, po czym wcześniej zapisane liczby ścieramy. Z nowo otrzymanymi* n *liczbami postępujemy analogicznie. Udowodnić, że po pewnej, skończonej liczbie takich operacji wszystkie liczby na okręgu będą równe.*

Zadanko 15. *Na płaszczyźnie danych jest* $2n$ *punktów. Udowodnić, że można tak narysować* n *odcinków, aby każdy punkt był końcem pewnego odcinka oraz by odcinki nie przecinały się.*

Zadanko 16. *W słoiku znajduje się* 5 *czerwonych i* 6 *zielonych kulek. Pascal prowadzi grę. Usuwa dwie kulki na raz, stosując się do następujących zasad:*

1. *Jeśli obie kulki są zielone, odkłada jedną zieloną kulkę z powrotem.*
2. *Jeśli jest po jednej kulce każdego koloru, odkłada jedną czerwoną kulkę z powrotem.*
3. *Jeśli obie kule są czerwone, odkłada jedną zieloną kulkę z powrotem.*

Na koniec pozostanie jedna kulka. Jaki kolor będzie miała ta kulka?

Zadanko 17. *Rozpoczynamy z liczbą* 7^{2024}. *W każdym kroku, usuwamy z naszej liczby pierwszą jej cyfrę (z lewej strony) i dodajemy ją do otrzymanej liczby. Przykładowo, powyższa operacja z liczby* 425 *zrobi liczbę* $25+4=29$, *a z liczby* 954 *zrobi liczbę* $54+9=63$. *W pewnym momencie, wykonując te operacje na naszej liczbie (*7^{2024}*) otrzymamy pewną liczbę* 10*-cyfrową. Uzasadnij, że ta liczba* 10*-cyfrowa ma taką własność, że co najmniej jedna cyfra się w niej powtarza.*

Zadanko 18 (Zadanie 5 z Finału XX Edycji Konkursu - www.konkurs.mini.pw.edu.pl)**.** *W każdą komórkę tablicy* 2019×2019 *wpisano liczbę* $+1$ *lub* -1. *Niech* w_i, *dla* $i\in\{1,2,\dots 2019\}$, *oznacza sumę wszystkich liczb z* i*-tego wiersza tej tablicy oraz* k_i, *dla* $i\in\{1,2,\dots 2019\}$, *oznacza sumę wszystkich liczb z* i*-tej kolumny tej tablicy. Niech* $\mathcal{W}$ *oznacza iloczyn* $w_1\cdot w_2\cdot\ldots\cdot w_{2019}$ *oraz niech* $\mathcal{K}$ *oznacza iloczyn* $k_1\cdot k_2\cdot\ldots\cdot k_{2019}$. *Oblicz prawdopodobieństwo tego, że liczba* $\mathcal{W}+\mathcal{K}$ *jest zerem.*

Zadanko 19. *Zapisz liczby* $12, 21, 30, 40, 50$ *w systemie pozycyjnym o podstawie* 2 *oraz w systemie pozycyjnym o podstawie* 3.

Zadanko 20. *Sztuczki karciane :-)*