1. Czworokąt wypukły $ABCD$ zastał podzielony na dziewięć czworokątów czterema odcinkami łączącymi przeciwległe boki czworokąta (każda para po dwa.). Wykaż, ze jeśli w każdy z ”narożnych” i w ”centralny” czworokąt można wpisać okrąg, to również w czworokąt $ABCD$ można wpisać okrąg.
2. Okręgi wpisany i dopisany są styczne do boku BC odpowiednio w X i Y, do prostej AB - odpowiednio w K i L. Udowodnić równości: $BY = CX$, $KL = BC$, $AL = \frac{1}{2}(AB+BC+CA)$.
3. Wewnątrz trójkąta ABC leży punkt P. Proste AP, BP, CP przecinają boki trójkąta odpowiednio w punktach D, E, F. Udowodnić, że jeżeli w czworokąty $AFPE$ i $CEPD$ można wpisać okręgi, to w $BFPD$ też.
4. $ABCD$ jest czworokątem wypukłym. Okręgi wpisane w trójkąty ABC i ADC są styczne do AC odpowiednio w punktach P i R. Wykaz, ze czworokąt $ABCD$ można wpisać w okrąg wtedy i tylko wtedy, gdy $P = R$.
5. Punkty P, Q, R, S leżą odpowiednio na bokach AB, BC, CD, DA czworokąta wypukłego $ABCD$. Odcinki PR i QS dzielą czworokąt $ABCD$ na cztery czworokąty. Wykazać, że jeżeli na trzech spośród nich można opisać okręgi, to na czwartym też.
6. Punkty P, Q, R, S należą odpowiednio do boków AB, BC, CD, DA czworokąta wypukłego $ABCD$. Odcinki DP i BS przecinają się w punkcie X, proste DQ i BR - w punkcie Y. W każdy z czworokątów: $ABCD$, $APXS$ i $CRQY$ można wpisać okrąg. Wykazać, że w czworokąt $DXBY$ można wpisać okrąg.
7. Dany jest ostrosłup czworokątny $ABCDS$, którego podstawa jest czworokąt wypukły $ABCD$. Sfera wpisana w ten ostrosłup jest styczna do jego podstawy w punkcie P. Udowodnij, że $\angle APB + \angle CPD = \pi$.
8. Środkowe AP i CQ trójkąta ABC przecinają się w punkcie D. W czworokąt $BPDQ$ można wpisać okrąg. Udowodnij, ze $AB = BC$.
9. Dany jest kwadrat $ABCD$, którego przekątne przecinają się w punkcie S. Niech P będzie środkiem boku AB oraz niech odcinki CP, DP przecinają przekątne BD, AC odpowiednio w punktach M i N. Udowodnić, że promień okręgu wpisanego w czworokąt $PNSM$ wynosi $MP - MS$.
10. (OM Włochy) Styczna do okręgu wpisanego w trójkąt ABC, równoległa do boku BC, przecina boki AB i AC tego trójkąta w punktach D i E. Wykaż ,że

$$8 \cdot DE \leq AB + BC + CA.$$

11. Sfera o średnicy CE styczna jest do płaszczyzny ABC w punkcie C. AD jest styczną do tej sfery. Udowodnić, że jeżeli punkt B leży na prostej DE, to $AC=AB$.
12. (OM) Dany jest czworościan $ABCD$, w którym $AB=CD$. Sfera wpisana w ten czworościan styczna jest do ścian ABC i ABD w punktach odpowiednio K i L. Udowodnij, że jeżeli punkty K i L są środkami ciężkości ścian, to czworościan jest foremny.
13. (OM Rosja) W przestrzeni z punktu S leżącego na zewnątrz sfery o środku O poprowadzono trzy półproste tworzące parami kąty po 60 stopni i styczne do tej sfery w punktach A, B, C. Udowodnij, że $\vec{SO} \leq \frac{1}{2}(\vec{SA} + \vec{SB} + \vec{SC})$.