

zeszyt.online



**WYDZIAŁ
MATEMATYKI I NAUK
INFORMACYJNYCH**

CO OTRZYMAMY Z PRZECIĘCIA STOŻKA ORAZ PŁASZCZYZNY?

Michał Zwierzyński

17 maja 2025 roku, Warszawa.



WYDZIAŁ
MATEMATYKI I NAUK
INFORMACYJNYCH

PROJEKT MATHFIGS

THREE
PRISONERS
PROBLEM



MATHFIGS

- Popularyzacja matematyki oraz innych nauk ścisłych przy pomocy poklatkowej animacji klocków LEGO.





**WYDZIAŁ
MATEMATYKI I NAUK
INFORMACYJNYCH**

CO TO JEST „PARABOLA”?



CO TO JEST „PARABOLA”?

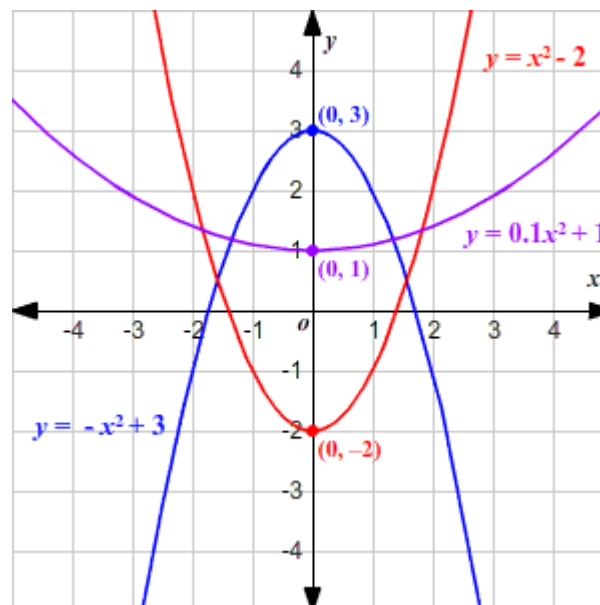
- Wykres funkcji kwadratowej?





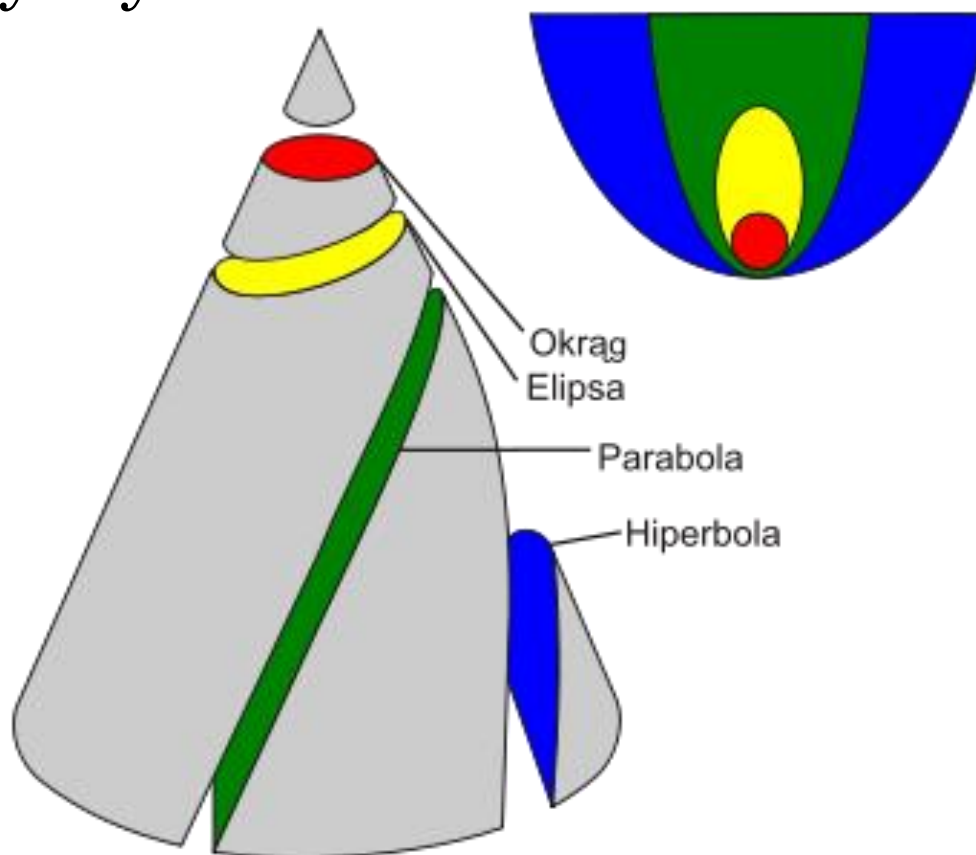
CO TO JEST „PARABOLA”?

- Wykres funkcji kwadratowej?
 - TAK, ale...



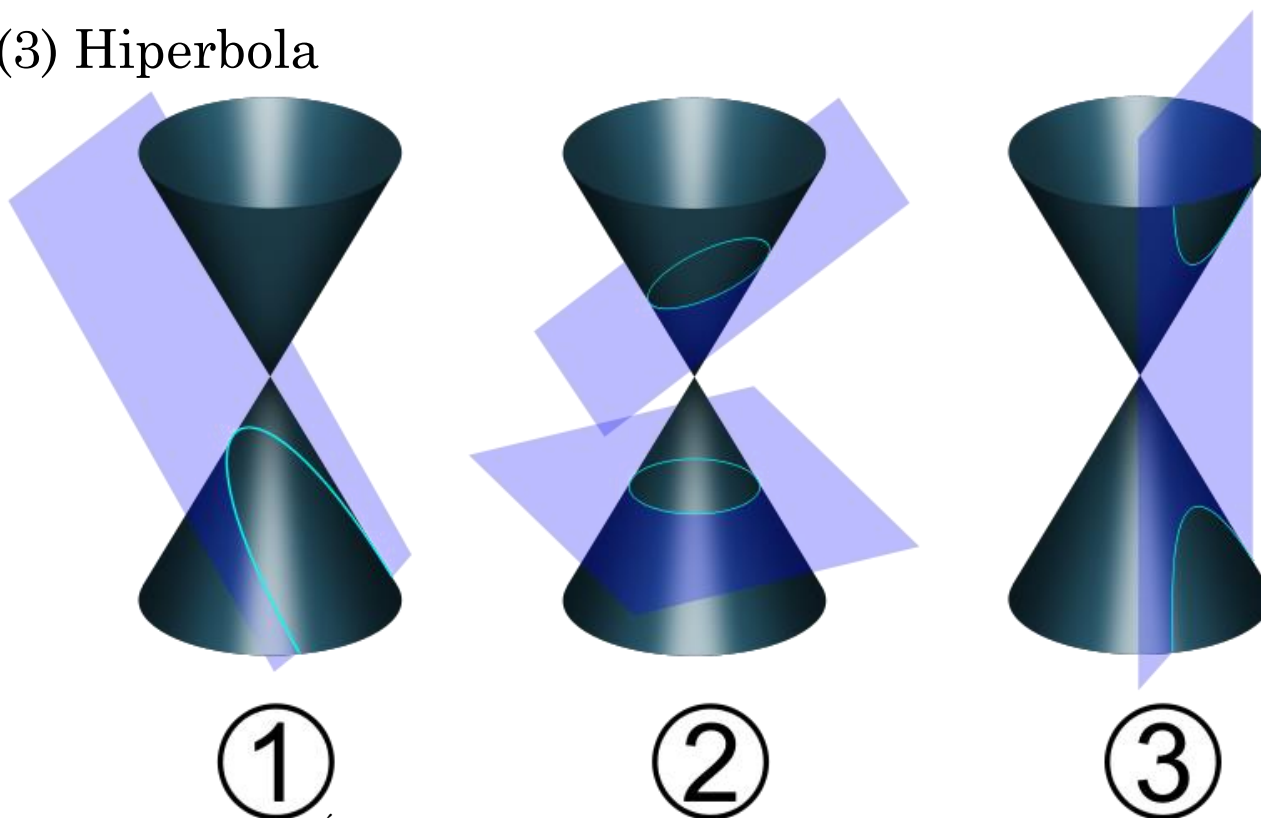
KRZYWE STOŻKOWE. DLACZEGO STOŻKOWE?

- Powstają jako przecięcie stożka i płaszczyzny.



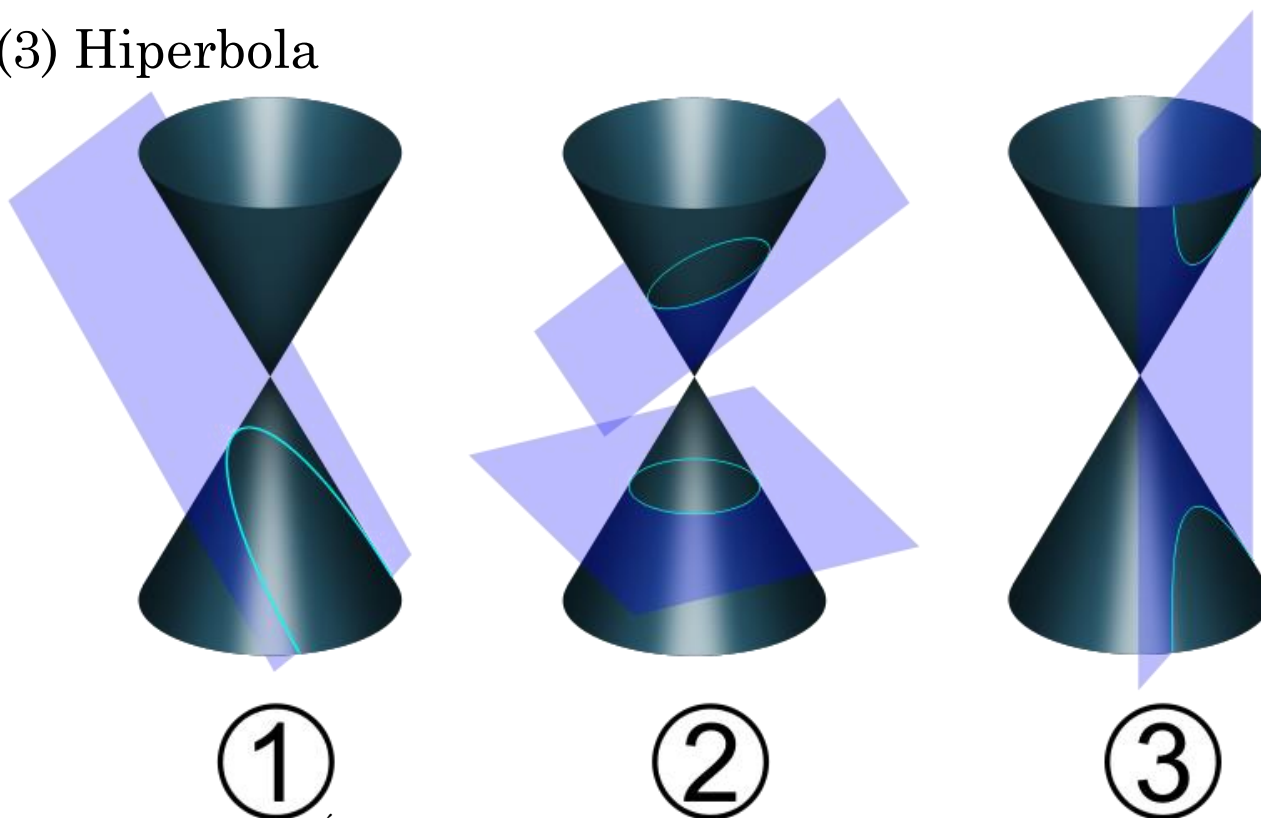
KRZYWE STOŻKOWE

- Wyróżnia się trzy rodzaje krzywych stożkowych:
- (1) Parabola.
- (2) Elipsa i jej szczególny przypadek: okrąg.
- (3) Hiperbola



KRZYWE STOŻKOWE

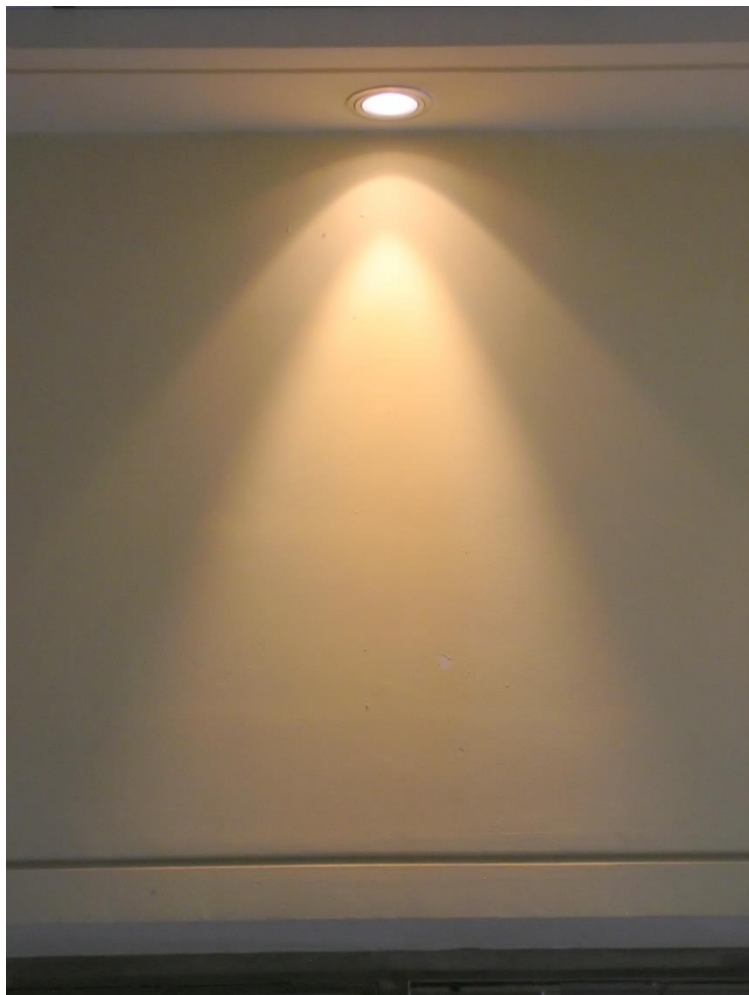
- Wyróżnia się trzy rodzaje krzywych stożkowych:
- (1) Parabola.
- (2) Elipsa i jej szczególny przypadek: okrąg.
- (3) Hiperbola



JAK MOŻNA W PROSTY SPOSÓB „STWORZYĆ” KRZYWAŁĄ STOŻKOWĄ?



JAK MOŻNA W PROSTY SPOSÓB „STWORZYĆ” KRZYWĄ STOŻKOWĄ?



WŁASNOŚCI „ODLEGŁOŚCIOWE” KRZYWYCH STOŻKOWYCH

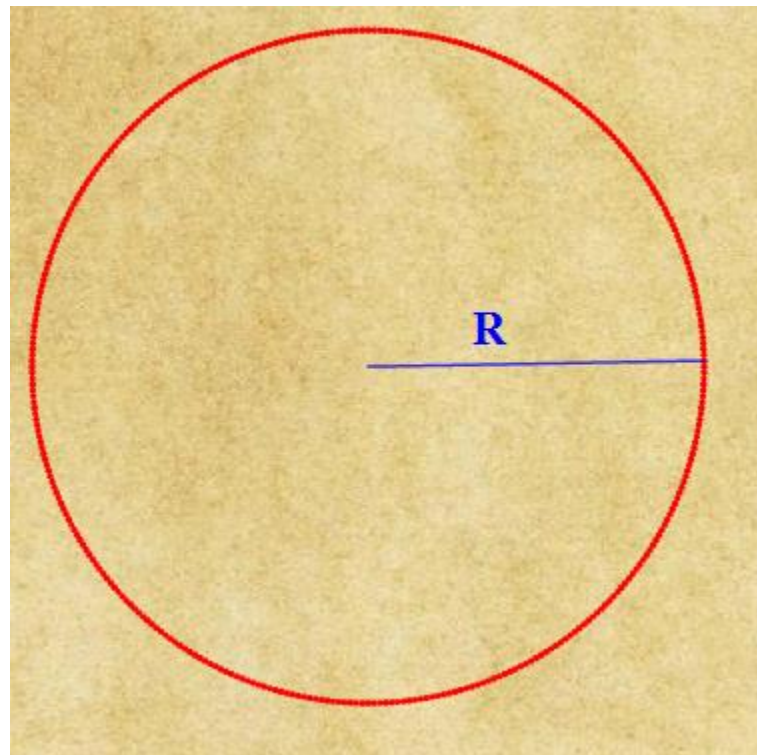


**WYDZIAŁ
MATEMATYKI I NAUK
INFORMACYJNYCH**



KRZYWE STOŻKOWE. DEFINICJE ODLEGŁOŚCIOWE.

- Okrag.
 - Jest to zbiór punktów równooddalonych od pewnego punktu (zwanego środkiem okręgu).



KRZYWE STOŻKOWE. DEFINICJE ODLEGŁOŚCIOWE.

○ Elipsa.

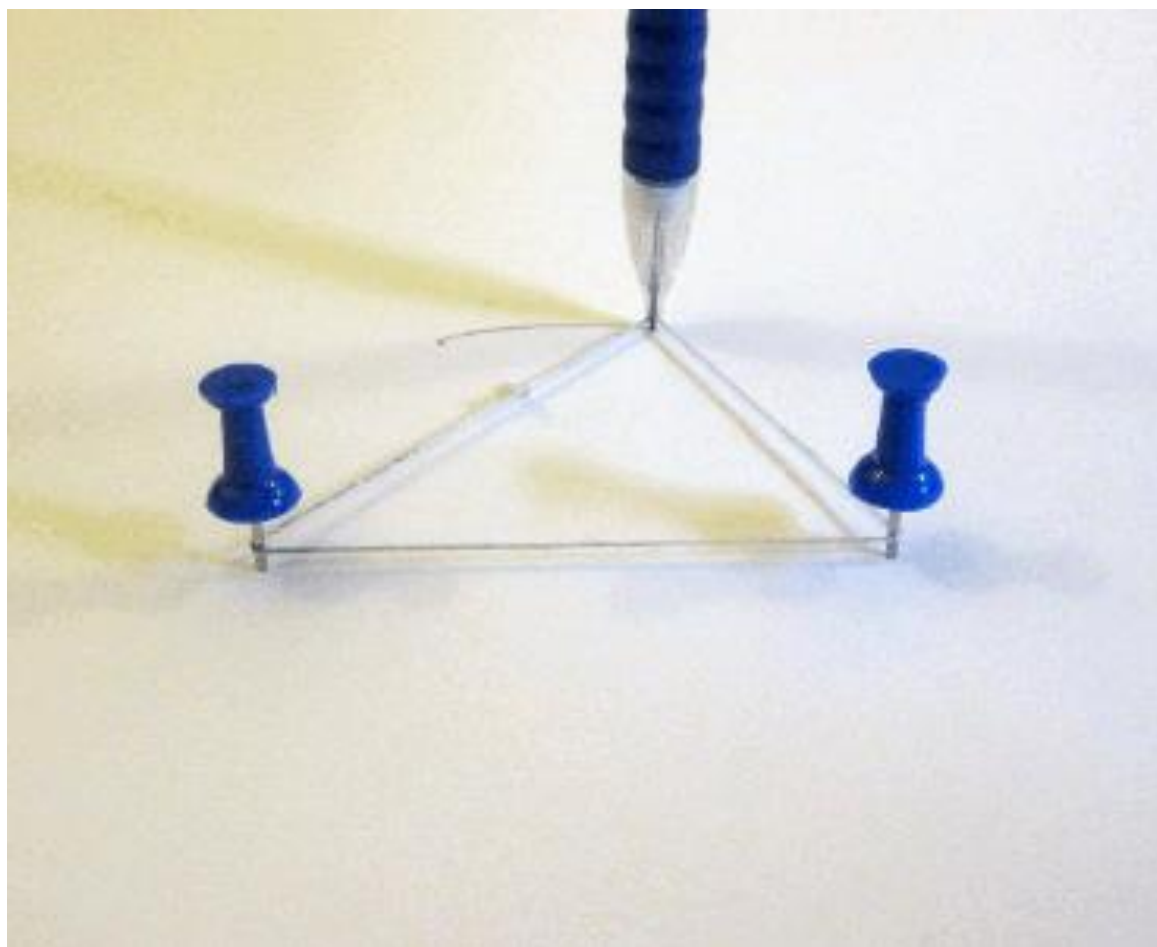
- Jest to zbiór punktów, których suma odległości od dwóch ustalonych punktów (zwanymi ogniskami) jest stała.

HOW TO
CREATE AN
ELLIPSE





**WYDZIAŁ
MATEMATYKI I NAUK
INFORMACYJNYCH**



KRZYWE STOŻKOWE. DEFINICJE ODLEGŁOŚCIOWE.

○ Parabola.

- Jest to zbiór punktów, równooddalonych od ustalonego punktu (ognisko paraboli) oraz od prostej (zwanej kierownicą paraboli).

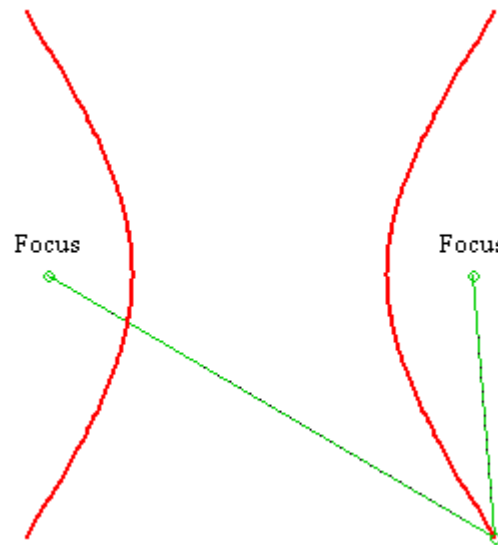
HOW TO
CREATE A
PARABOLA



KRZYWE STOŻKOWE. DEFINICJE ODLEGŁOŚCIOWE.

○ Hiperbola.

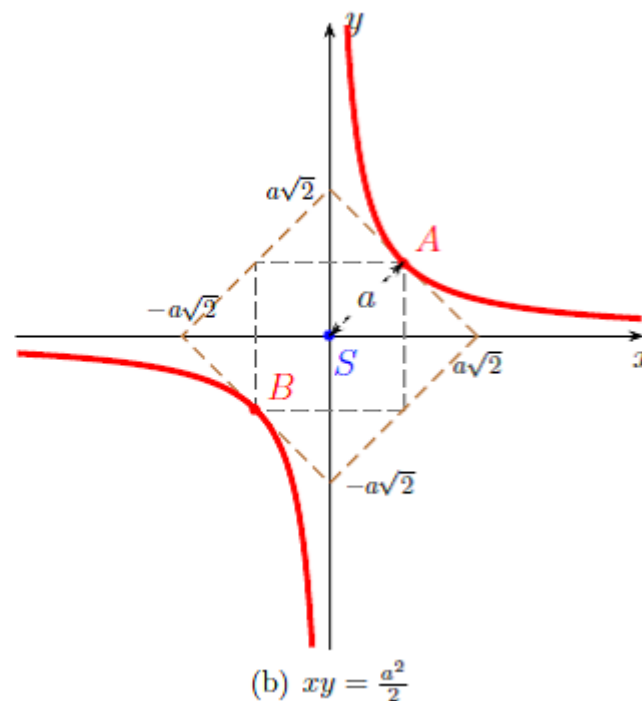
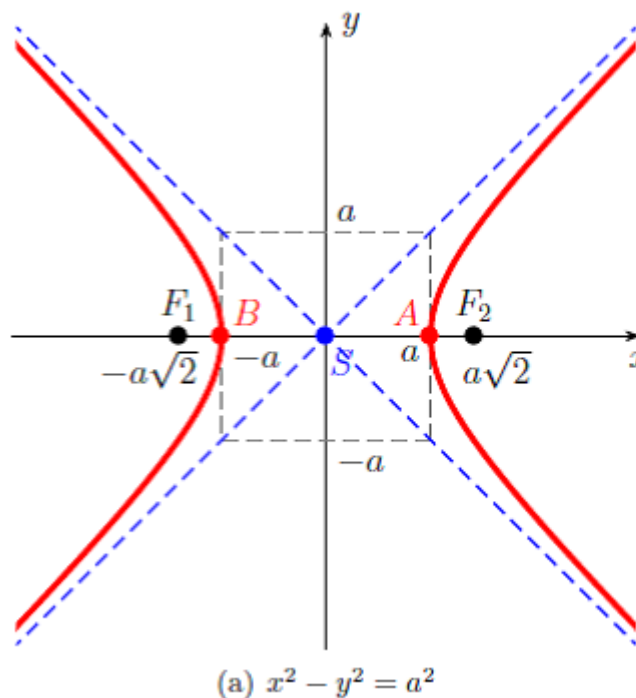
- Jest to zbiór punktów, których różnica odległości od dwóch ustalonych punktów (zwanymi ogniskami) jest stała.



KRZYWE STOŻKOWE. DEFINICJE ODLEGŁOŚCIOWE.

○ Hiperbola.

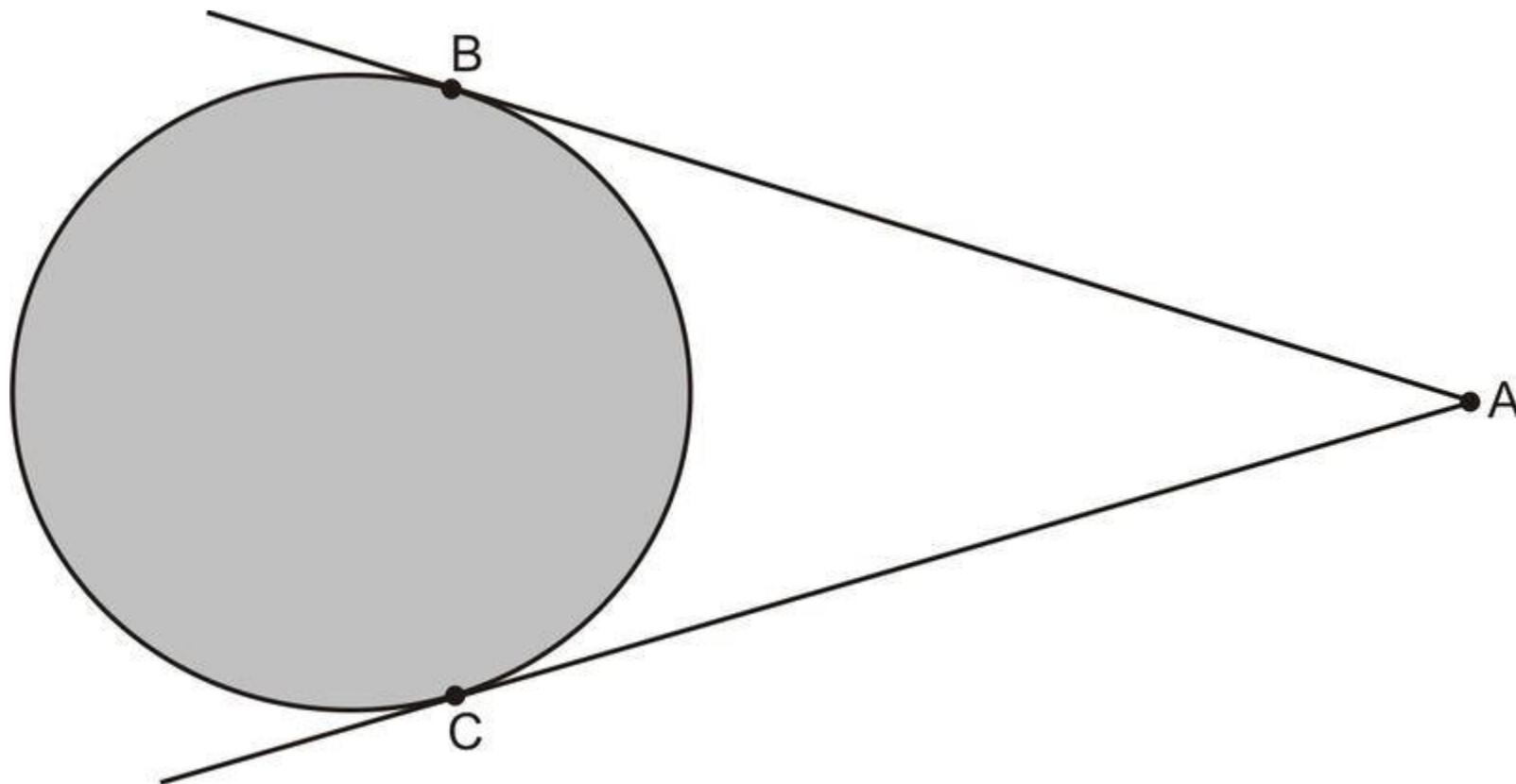
- Jest to zbiór punktów, których różnica odległości od dwóch ustalonych punktów (zwanymi ogniskami) jest stała.





PODSTAWOWE TW. GEOMETRII

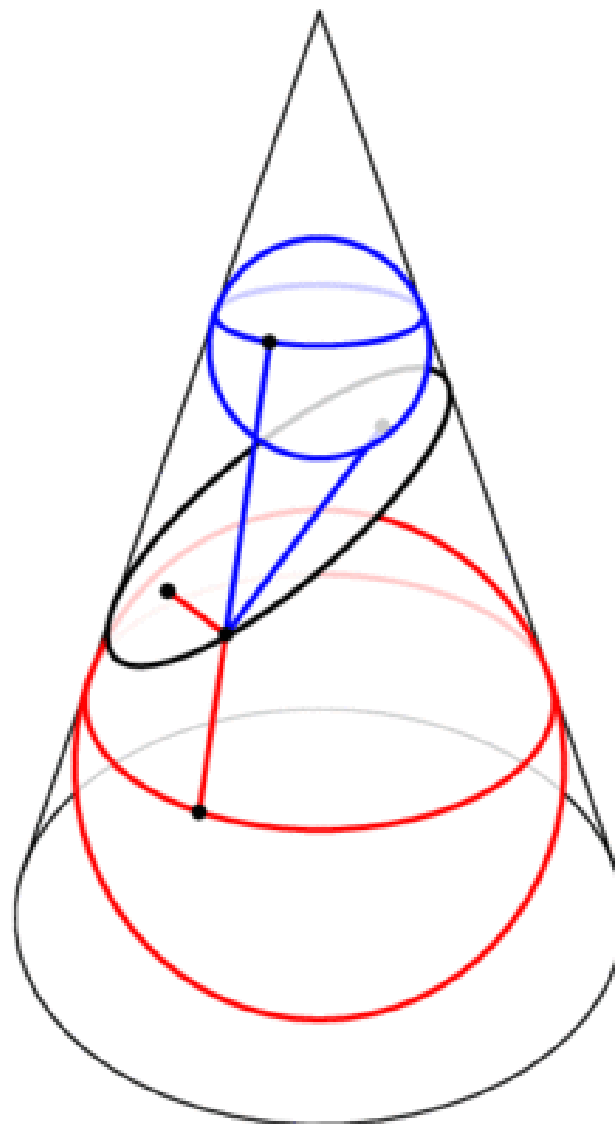
○ $|AC| = |AB|$





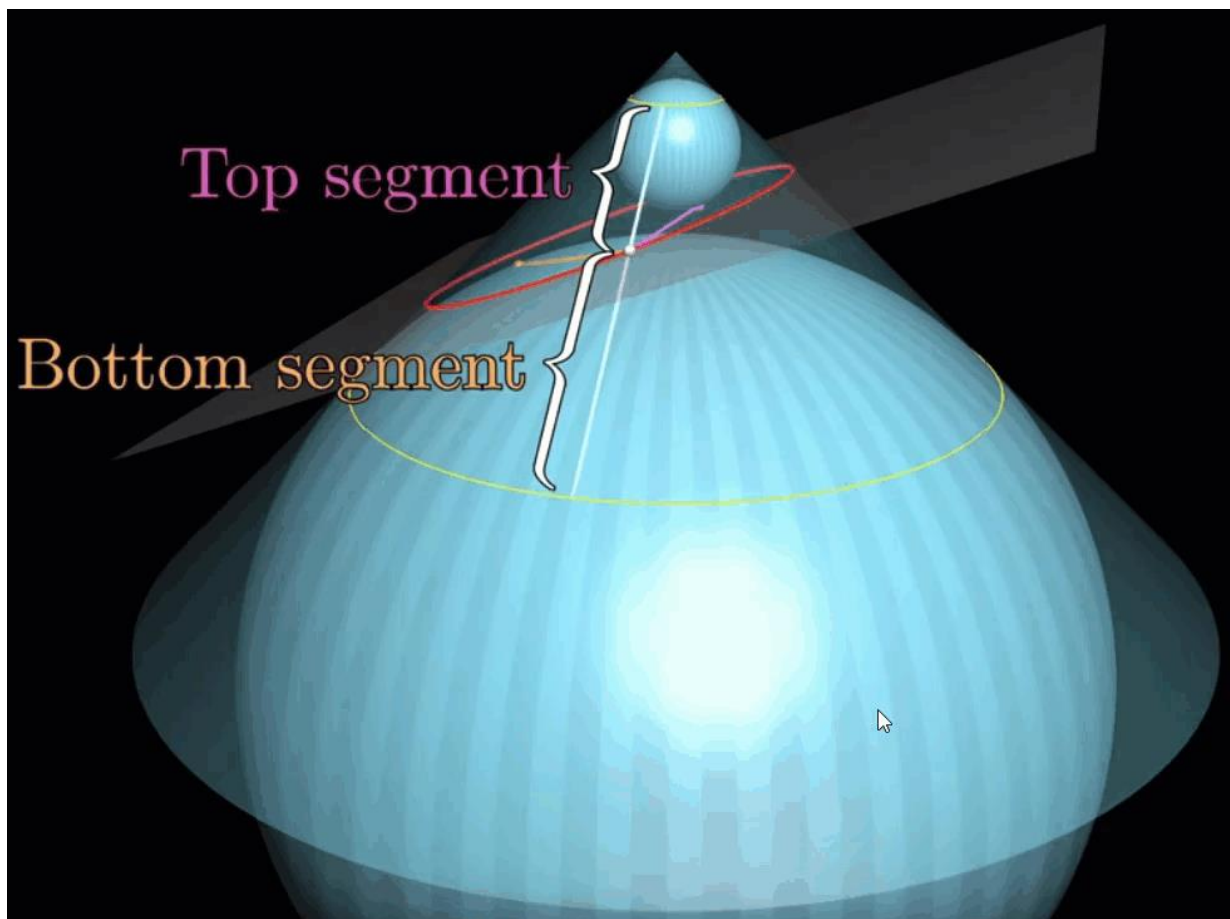
JAK UDOWODNIĆ, ŻE ELIPSA TO ELIPSA?

- „Zabawa” przy użyciu sfer Dandelina.





JAK UDOWODNIĆ, ŻE ELIPSA TO ELIPSA?



Polecam kanał youtube: 3blue1brown



ELIPSA I WALEC?

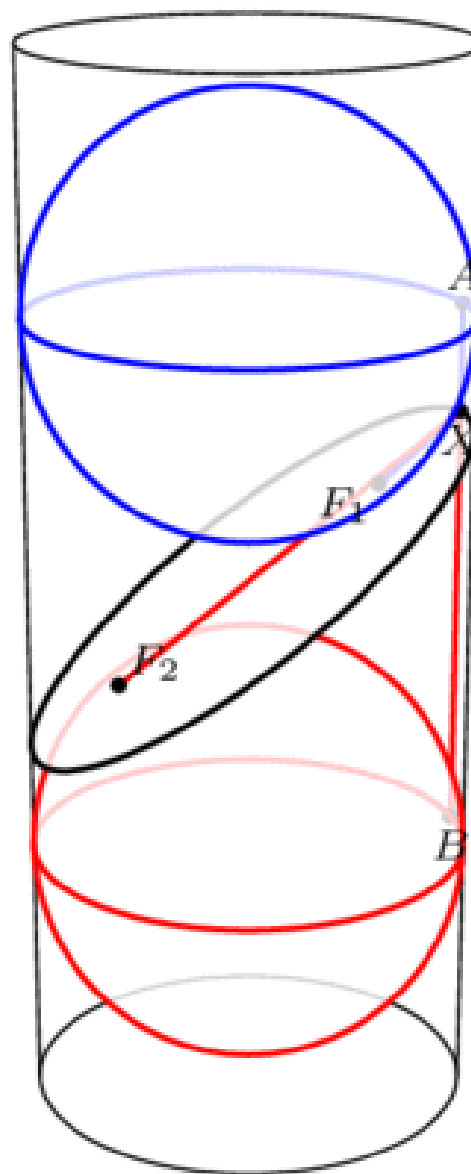
- Czy widzimy elipsy?



**WYDZIAŁ
MATEMATYKI I NAUK
INFORMACYJNYCH**

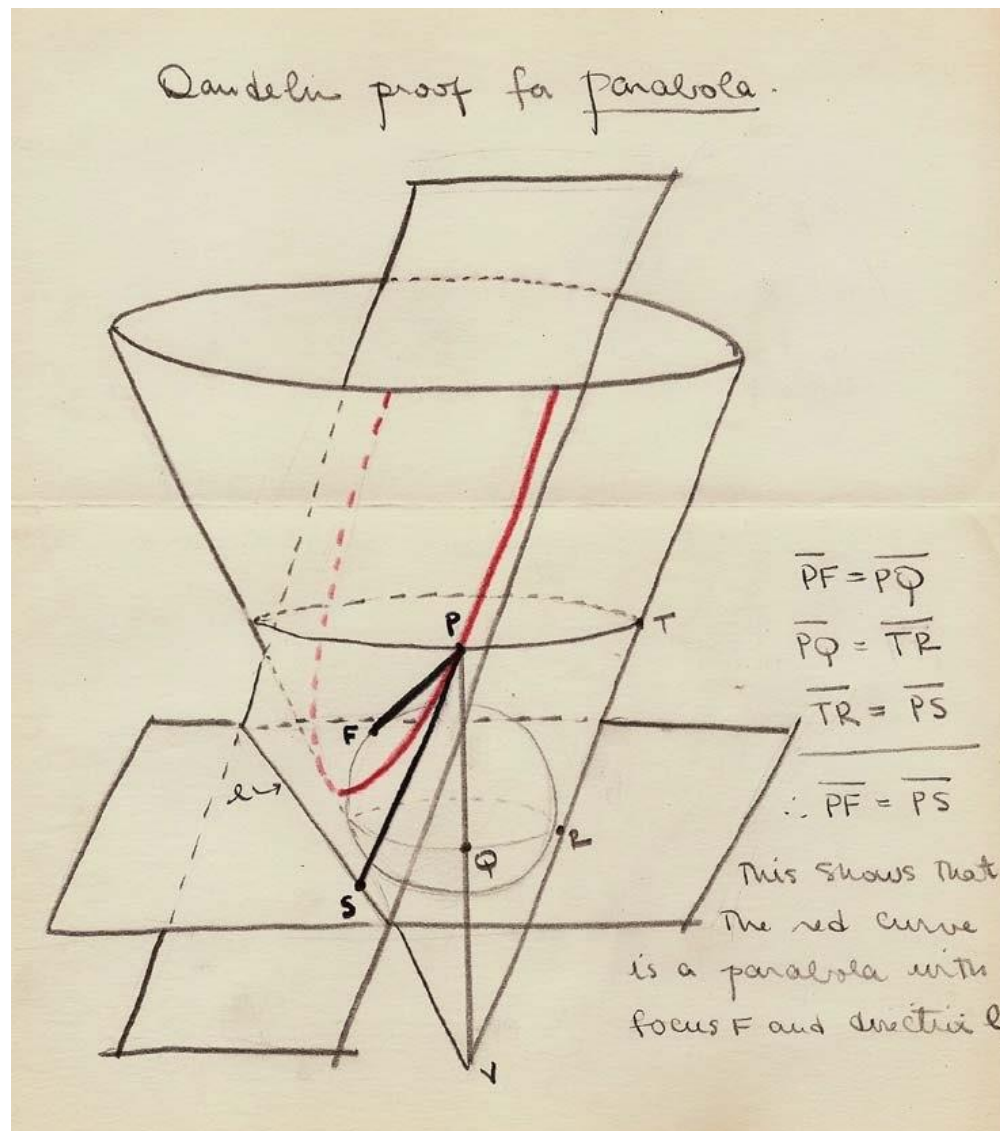


ELIPSA I WALEC?





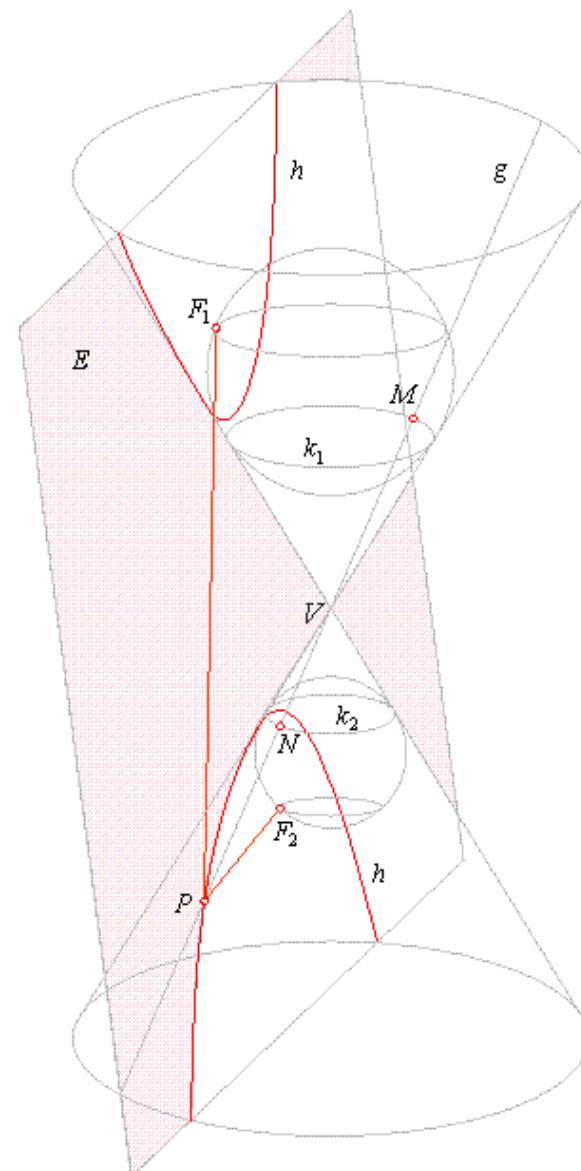
DANDELIN I PARABOLA.





DANDELIN I HIPERBOLA.

- Można uzasadnić, że
- $|PF_1| - |PF_2| = |PM| - |PN| = |MN|$



ODLEGŁOŚĆ MIĘDZY DWOMA PUNKTAMI

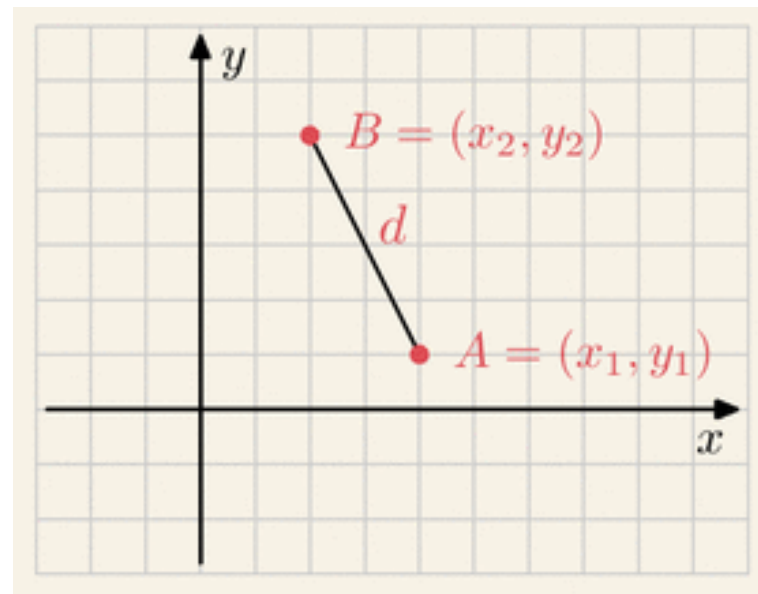
- Odległość między punktami $A = (x_1, y_1)$ oraz $B = (x_2, y_2)$ jest dana wzorem

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$



ODLEGŁOŚĆ MIĘDZY DWOMA PUNKTAMI

- Odległość między punktami $A = (x_1, y_1)$ oraz $B = (x_2, y_2)$ jest dana wzorem
$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$
- Prosty wniosek z tw. Pitagorasa:





OKRĄG. WZÓR ANALITYCZNY.

- Niech punkty $X(x,y)$ należą do okręgu o środku w $S(c,d)$ i promieniu R . Wyznamy wzór analityczny na równanie okręgu.





OKRĄG. WZÓR ANALITYCZNY.

- Niech punkty $X(x,y)$ należą do okręgu o środku w $S(c,d)$ i promieniu R . Wyznamy wzór analityczny na równanie okręgu.





OKRĄG. WZÓR ANALITYCZNY.

- Niech punkty $X(x,y)$ należą do okręgu o środku w $S(c,d)$ i promieniu R . Wyznamy wzór analityczny na równanie okręgu.
- Zgodnie z definicją odległościową:





OKRĄG. WZÓR ANALITYCZNY.

- Niech punkty $X(x,y)$ należą do okręgu o środku w $S(c,d)$ i promieniu R . Wyznamy wzór analityczny na równanie okręgu.
- Zgodnie z definicją odległościową:
Odległość X od S jest równa R





OKRĄG. WZÓR ANALITYCZNY.

- Niech punkty $X(x,y)$ należą do okręgu o środku w $S(c,d)$ i promieniu R . Wyznamy wzór analityczny na równanie okręgu.
- Zgodnie z definicją odległościową:

Odległość X od S jest równa R

$$|XS| = R$$





OKRĄG. WZÓR ANALITYCZNY.

- Niech punkty $X(x,y)$ należą do okręgu o środku w $S(c,d)$ i promieniu R . Wyznamy wzór analityczny na równanie okręgu.
- Zgodnie z definicją odległościową:

Odległość X od S jest równa R

$$|XS| = R$$

$$\sqrt{(x - c)^2 + (y - d)^2} = R$$





OKRĄG. WZÓR ANALITYCZNY.

- Niech punkty $X(x,y)$ należą do okręgu o środku w $S(c,d)$ i promieniu R . Wyznamy wzór analityczny na równanie okręgu.
- Zgodnie z definicją odległościową:

Odległość X od S jest równa R

$$|XS| = R$$

$$\sqrt{(x - c)^2 + (y - d)^2} = R$$

$$(x - c)^2 + (y - d)^2 = R^2$$

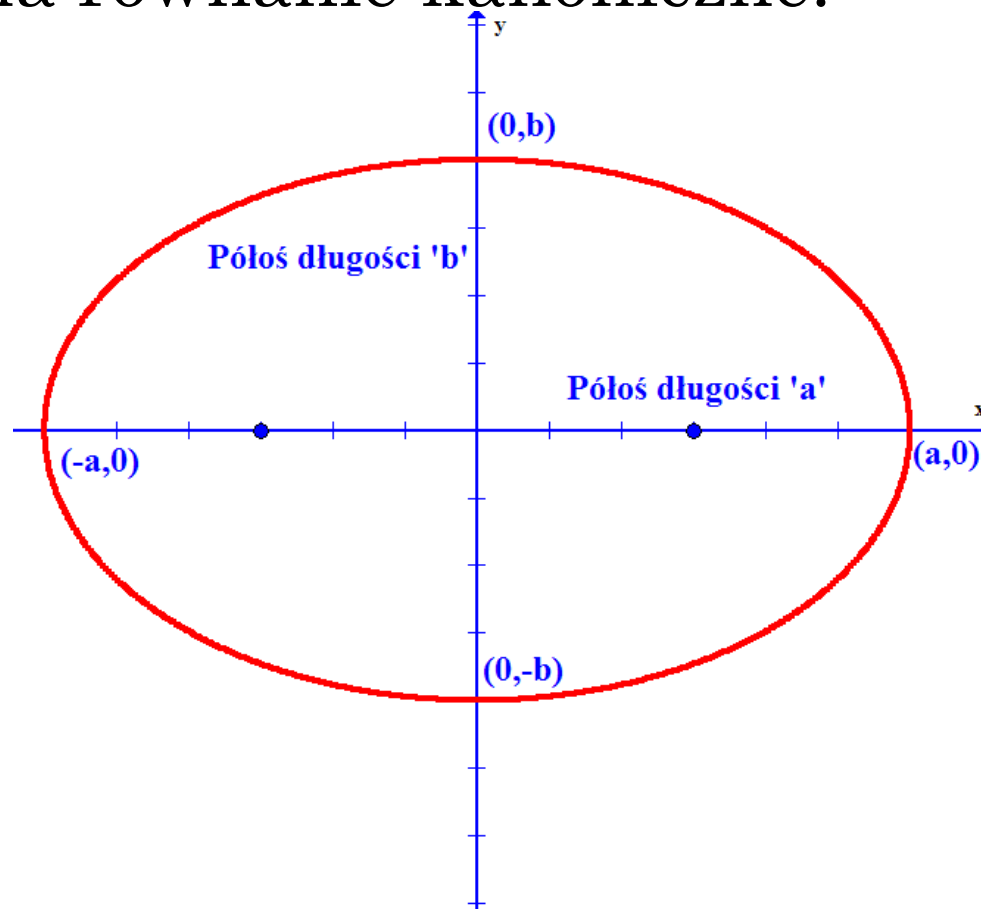




ELIPSA. WZÓR ANALITYCZNY

- Elipsa o „środku” w $(0,0)$ i półosiach równych a i b ma równanie kanoniczne:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$



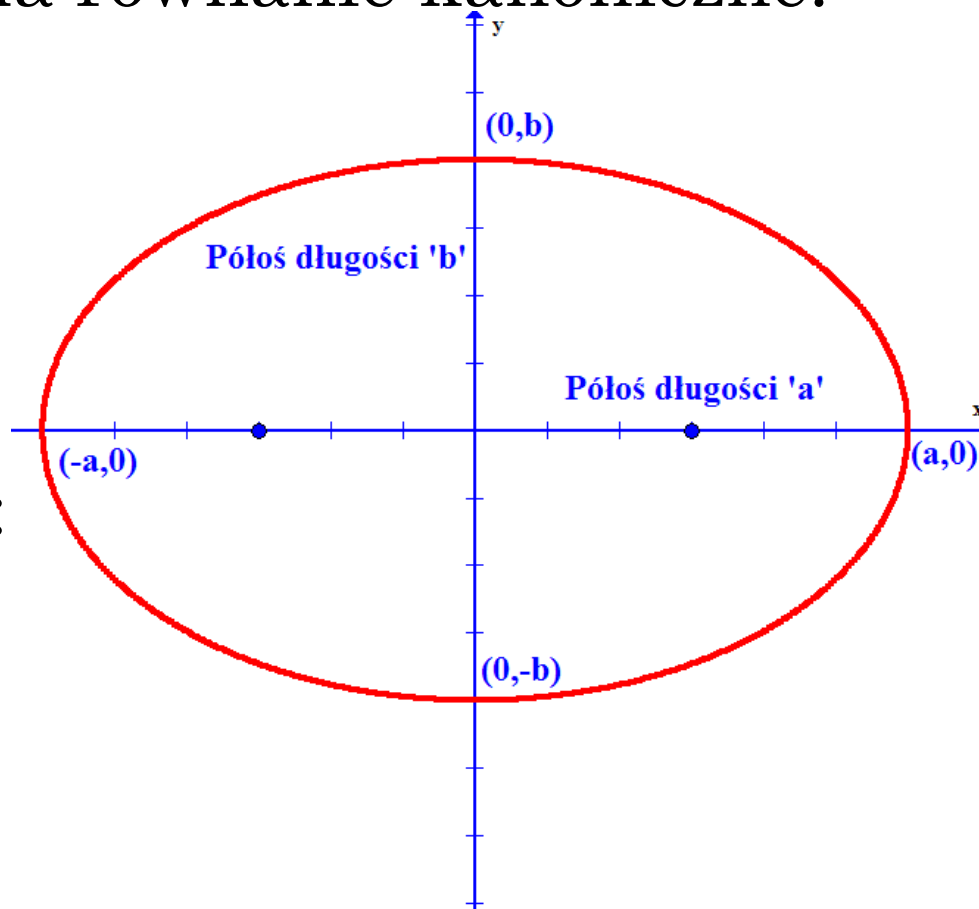


ELIPSA. WZÓR ANALITYCZNY

- Elipsa o „środku” w $(0,0)$ i półosiach równych a i b ma równanie kanoniczne:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

- Wtedy ogniska dane są wzorami:





ELIPSA. WZÓR ANALITYCZNY

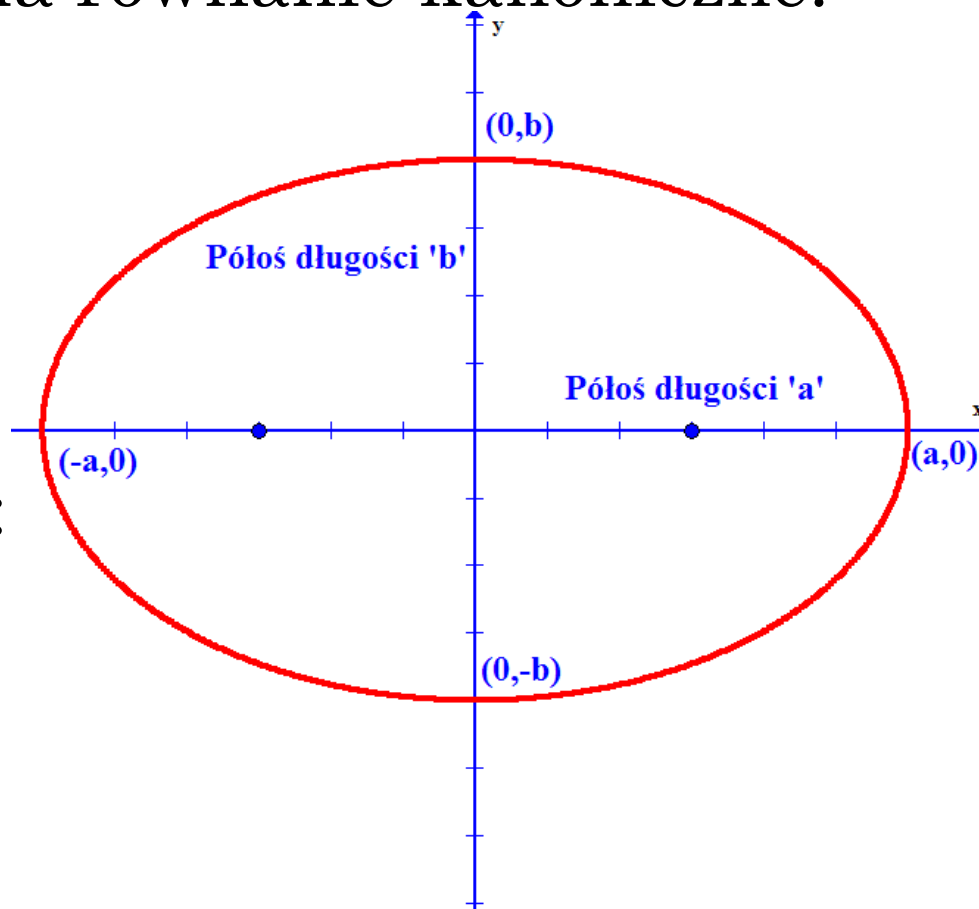
- Elipsa o „środku” w $(0,0)$ i półosiach równych a i b ma równanie kanoniczne:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

- Wtedy ogniska dane są wzorami:

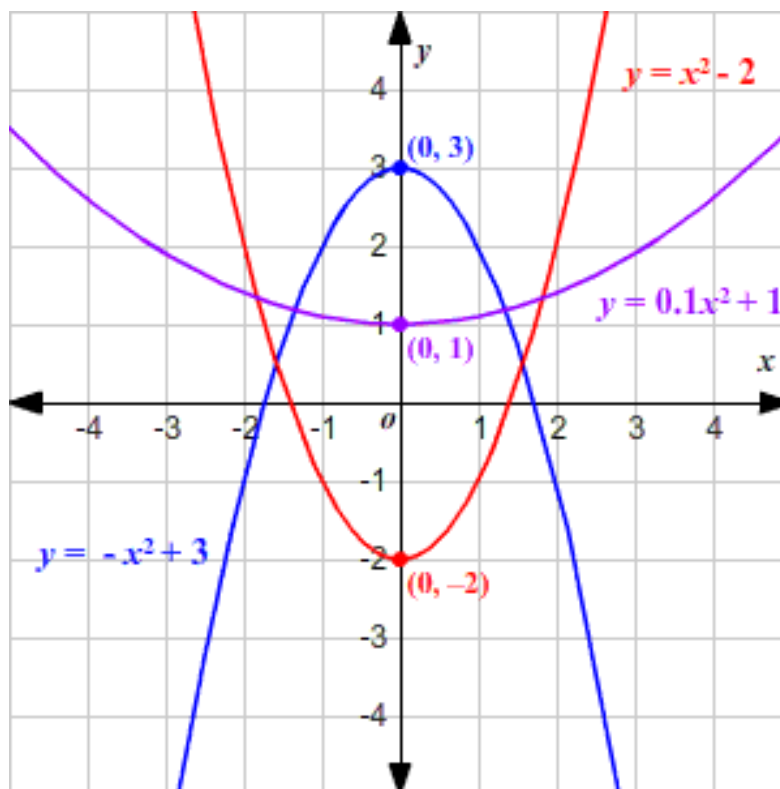
$$F_1(c, 0), F_2(-c, 0)$$

$$c = \sqrt{a^2 - b^2}$$





PARABOLA. WZÓR ANALITYCZNY



- Później przekonamy się , że rzeczywiście wykres funkcji kwadratowej jest PARABOLĄ!!





PARABOLA. WZÓR ANALITYCZNY

- Niech ogniskiem będzie punkt $(0,0)$,
a kierownicą paraboli będzie prosta
 $y+x-1=0$.



PARABOLA. WZÓR ANALITYCZNY

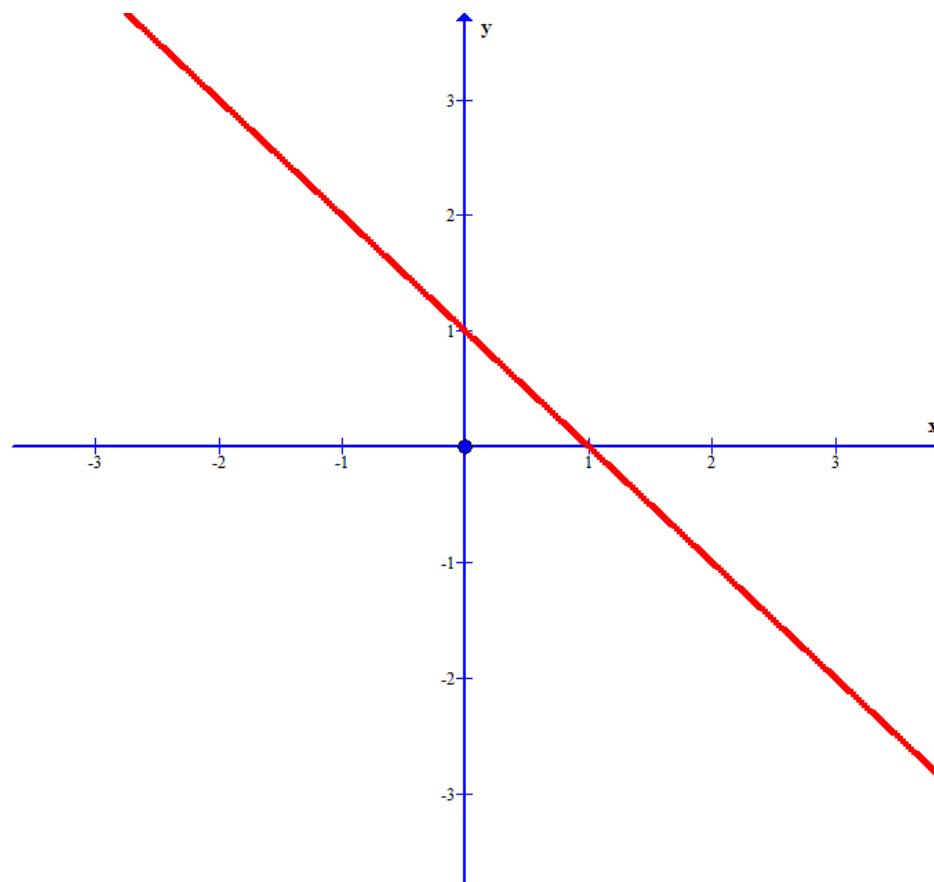
- Niech ogniskiem będzie punkt $(0,0)$, a kierownicą paraboli będzie prosta $y+x-1=0$.
- Wyprowadzimy wzór na równanie paraboli, której oś symetrii nie jest równoległa do osi OY (czyli taką parabolę, która nie jest wykresem funkcji kwadratowej!).





PARABOLA. WZÓR ANALITYCZNY.

- Wykres kierownicy i ogniska:



ODLEGŁOŚĆ MIĘDZY PUNKTEM A PROSTĄ

- Odległość między punktem $P = (x_0, y_0)$ oraz prostą $Ax + By + C = 0$ dana jest wzorem:

$$d = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$





PARABOLA. WZÓR ANALITYCZNY.

- Niech punkty $X(x,y)$ należą do poszukiwanej paraboli. Zgodnie z definicją odległościową:



PARABOLA. WZÓR ANALITYCZNY.

- Niech punkty $X(x,y)$ należą do poszukiwanej paraboli. Zgodnie z definicją odległościową:

Odległość X od ogniska F = Odległość X od kierownicy K .





PARABOLA. WZÓR ANALITYCZNY.

- Niech punkty $X(x,y)$ należą do poszukiwanej paraboli. Zgodnie z definicją odległościową:

Odległość X od ogniska F = Odległość X od kierownicy K .

Ognisko $F(0,0)$, kierownica K : $x+y-1=0$.



PARABOLA. WZÓR ANALITYCZNY.

- Niech punkty $X(x,y)$ należą do poszukiwanej paraboli. Zgodnie z definicją odległościową:

Odległość X od ogniska F = Odległość X od kierownicy K .

Ognisko $F(0,0)$, kierownica K : $x+y-1=0$.

$$d(X, F) = d(X, K)$$





PARABOLA. WZÓR ANALITYCZNY.

- Niech punkty $X(x,y)$ należą do poszukiwanej paraboli. Zgodnie z definicją odległościową:

Odległość X od ogniska F = Odległość X od kierownicy K .

Ognisko $F(0,0)$, kierownica K : $x+y-1=0$.

$$d(X, F) = d(X, K)$$
$$\sqrt{(x-0)^2 + (y-0)^2} = \frac{|x+y-1|}{\sqrt{1^2 + 1^2}}$$





PARABOLA. WZÓR ANALITYCZNY.

- Niech punkty $X(x,y)$ należą do poszukiwanej paraboli. Zgodnie z definicją odległościową:

Odległość X od ogniska F = Odległość X od kierownicy K .

Ognisko $F(0,0)$, kierownica K : $x+y-1=0$.

$$d(X, F) = d(X, K)$$

$$\sqrt{(x-0)^2 + (y-0)^2} = \frac{|x+y-1|}{\sqrt{1^2 + 1^2}}$$

$$\sqrt{x^2 + y^2} = \frac{|x+y-1|}{\sqrt{2}}$$



PARABOLA. WZÓR ANALITYCZNY.

- Niech punkty $X(x,y)$ należą do poszukiwanej paraboli. Zgodnie z definicją odległościową:

Odległość X od ogniska F = Odległość X od kierownicy K .

Ognisko $F(0,0)$, kierownica K : $x+y-1=0$.

$$\begin{aligned}d(X, F) &= d(X, K) \\ \sqrt{(x-0)^2 + (y-0)^2} &= \frac{|x+y-1|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} \\ \sqrt{x^2 + y^2} &= \frac{|x+y-1|}{\sqrt{2}}\end{aligned}$$

Podnosimy stronami do kwadratu:



PARABOLA. WZÓR ANALITYCZNY.

- Niech punkty $X(x,y)$ należą do poszukiwanej paraboli. Zgodnie z definicją odległościową:

Odległość X od ogniska F = Odległość X od kierownicy K .

Ognisko $F(0,0)$, kierownica K : $x+y-1=0$.

$$\begin{aligned}d(X, F) &= d(X, K) \\ \sqrt{(x-0)^2 + (y-0)^2} &= \frac{|x+y-1|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} \\ \sqrt{x^2 + y^2} &= \frac{|x+y-1|}{\sqrt{2}}\end{aligned}$$

Podnosimy stronami do kwadratu:

$$\sqrt{2}\sqrt{x^2 + y^2} = |x + y - 1|$$





PARABOLA. WZÓR ANALITYCZNY.

$$2(x^2 + y^2) = (x + y - 1)^2$$





PARABOLA. WZÓR ANALITYCZNY.

$$2(x^2 + y^2) = (x + y - 1)^2$$

Korzystamy z bardzo przyjemnego wzoru:

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$$





PARABOLA. WZÓR ANALITYCZNY.

$$2(x^2 + y^2) = (x + y - 1)^2$$

Korzystamy z bardzo przyjemnego wzoru:

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$$

Otrzymujemy:





PARABOLA. WZÓR ANALITYCZNY.

$$2(x^2 + y^2) = (x + y - 1)^2$$

Korzystamy z bardzo przyjemnego wzoru:

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$$

Otrzymujemy:

$$2x^2 + 2y^2 = x^2 + y^2 + 1 - 2x - 2y + 2xy$$





PARABOLA. WZÓR ANALITYCZNY.

$$2(x^2 + y^2) = (x + y - 1)^2$$

Korzystamy z bardzo przyjemnego wzoru:

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$$

Otrzymujemy:

$$2x^2 + 2y^2 = x^2 + y^2 + 1 - 2x - 2y + 2xy$$

Więc ostatecznie:





PARABOLA. WZÓR ANALITYCZNY.

$$2(x^2 + y^2) = (x + y - 1)^2$$

Korzystamy z bardzo przyjemnego wzoru:

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$$

Otrzymujemy:

$$2x^2 + 2y^2 = x^2 + y^2 + 1 - 2x - 2y + 2xy$$

Więc ostatecznie:

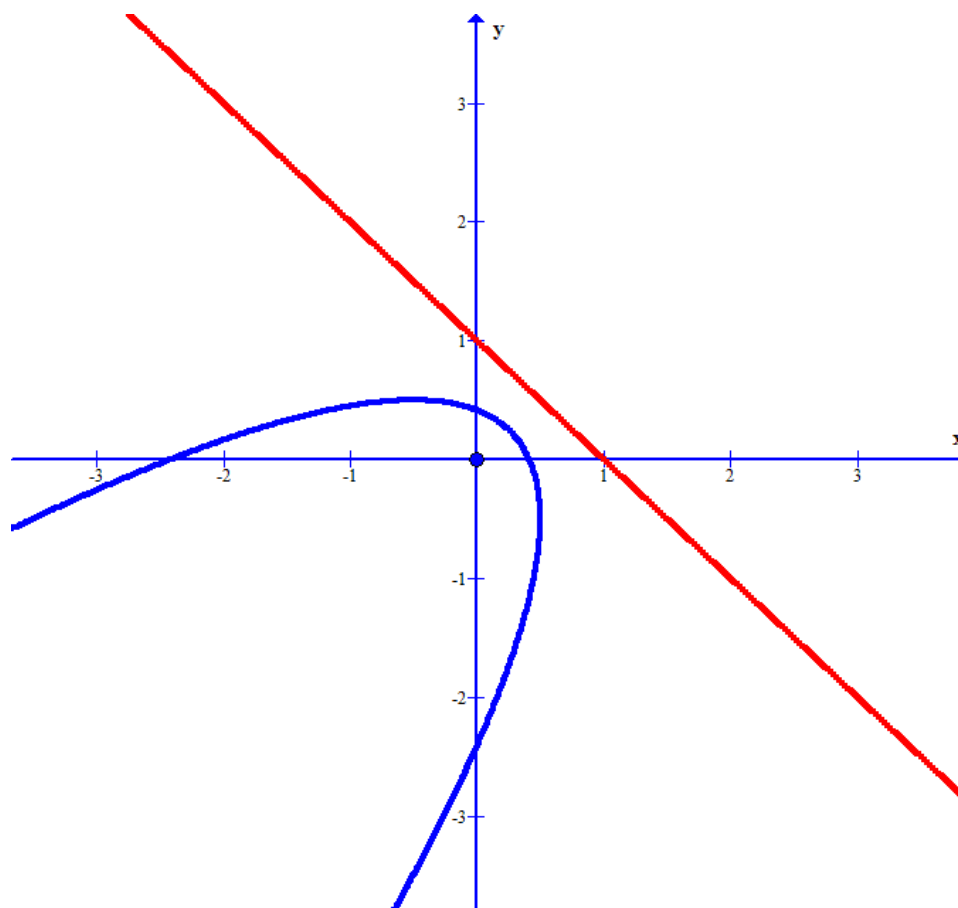
$$x^2 + y^2 - 2xy + 2x + 2y - 1 = 0$$





WYKRES SPECYFICZNEJ PARABOLI

$$x^2 + y^2 - 2xy + 2x + 2y - 1 = 0$$



KWADRYKA.

- Można uzasadnić, że równanie

$$Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$$

opisuje albo zbiór pusty, albo krzywą stożkową.
Niech $\Delta := B^2 - 4AC$.

- $\Delta > 0$, to możemy otrzymać hiperbolę, parę przecinających się prostych lub zbiór pusty.
- $\Delta = 0$, to możemy otrzymać parabolę, prostą, lub zbiór pusty.
- $\Delta < 0$, to możemy otrzymać elipsę, punkt lub zbiór pusty.



ODPOCZNIJMY OD MATEMATYKI ☺
(CHWILKĘ)



**WYDZIAŁ
MATEMATYKI I NAUK
INFORMACYJNYCH**



ODPOCZNIJMY OD MATEMATYKI ☺ (CHWILKĘ)

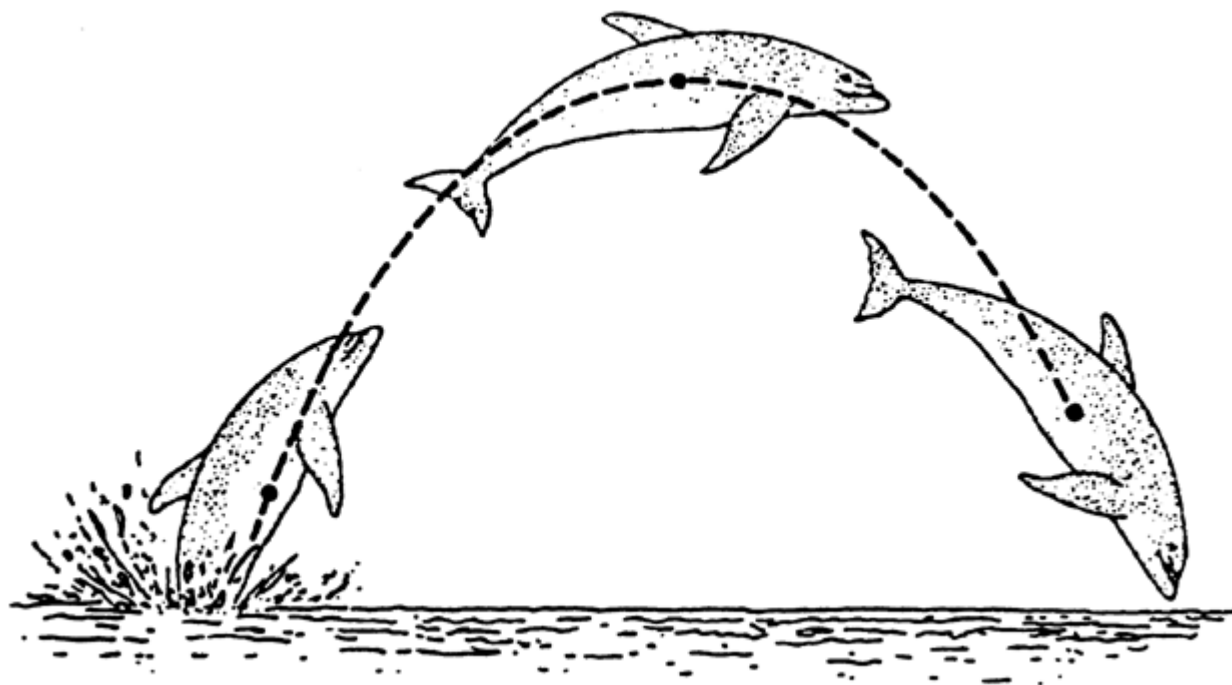


**WYDZIAŁ
MATEMATYKI I NAUK
INFORMACYJNYCH**



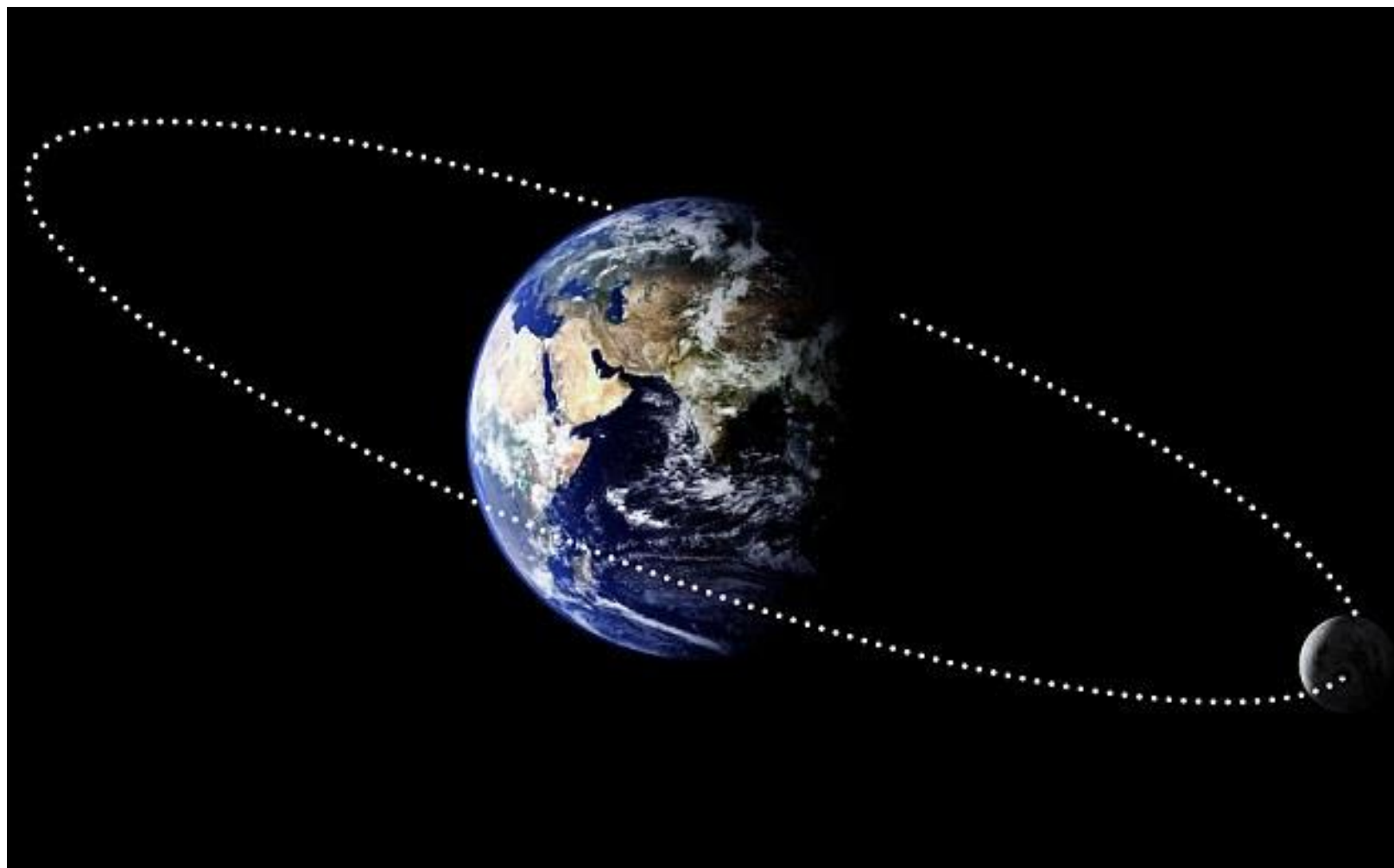


**WYDZIAŁ
MATEMATYKI I NAUK
INFORMACYJNYCH**





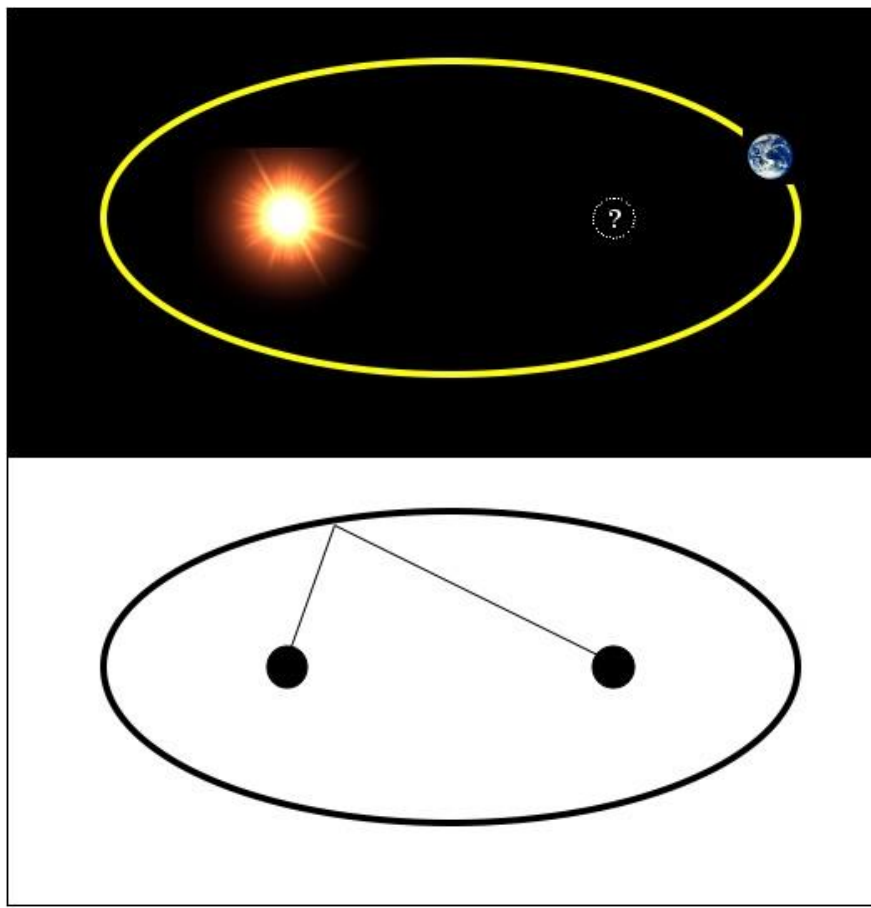
**WYDZIAŁ
MATEMATYKI I NAUK
INFORMACYJNYCH**





PIERWSZE PRAWO KEPLERA.

Każda planeta układu słonecznego porusza się wokół Słońca po orbicie w kształcie elipsy, w której w jednym z ognisk jest Słońce.





**WYDZIAŁ
MATEMATYKI I NAUK
INFORMACYJNYCH**



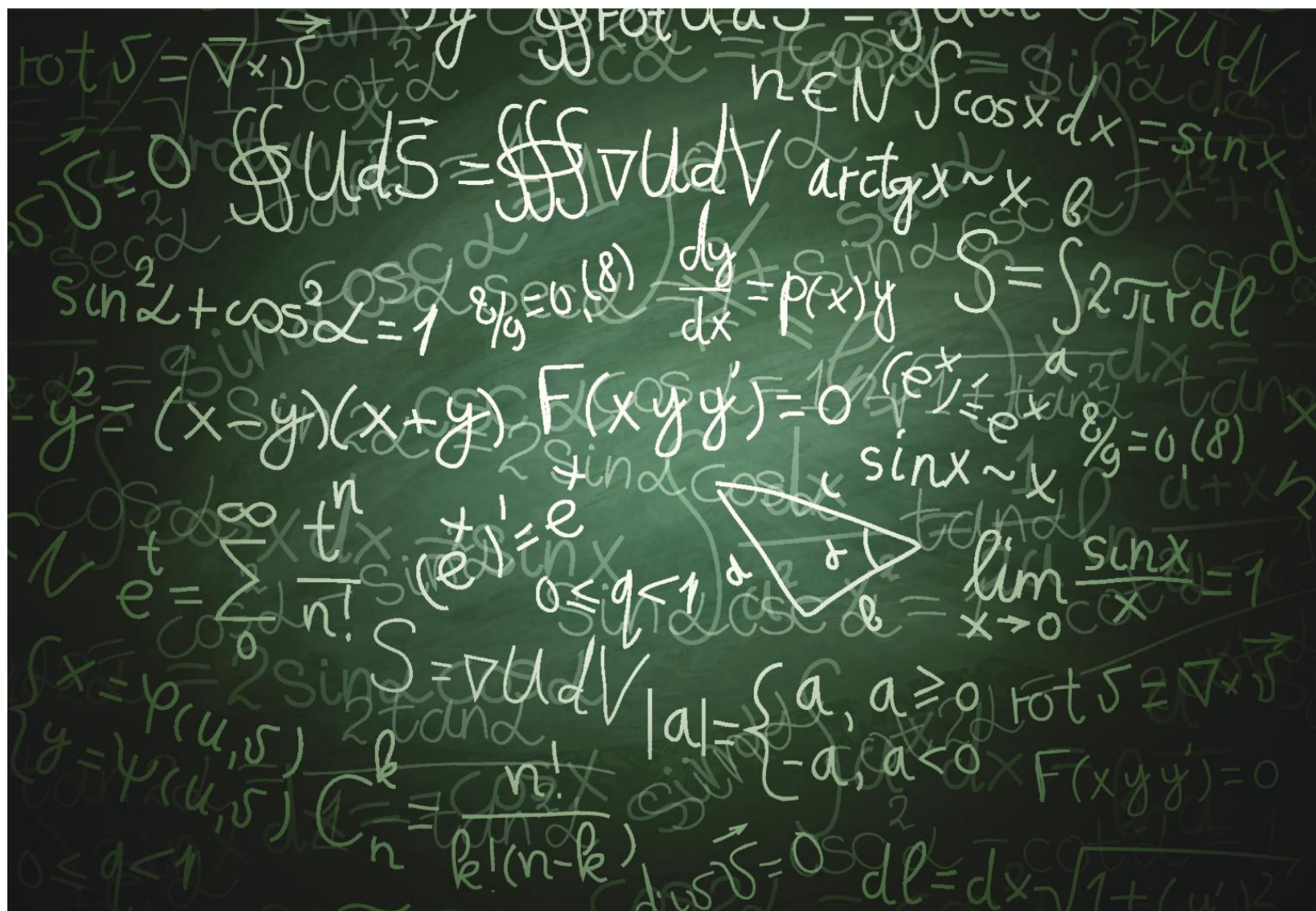


**WYDZIAŁ
MATEMATYKI I NAUK
INFORMACYJNYCH**





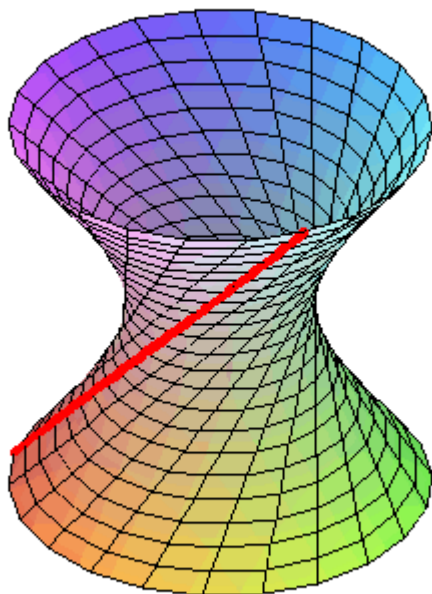
WRACAMY DO MATEMATYKI (TROCHE...)





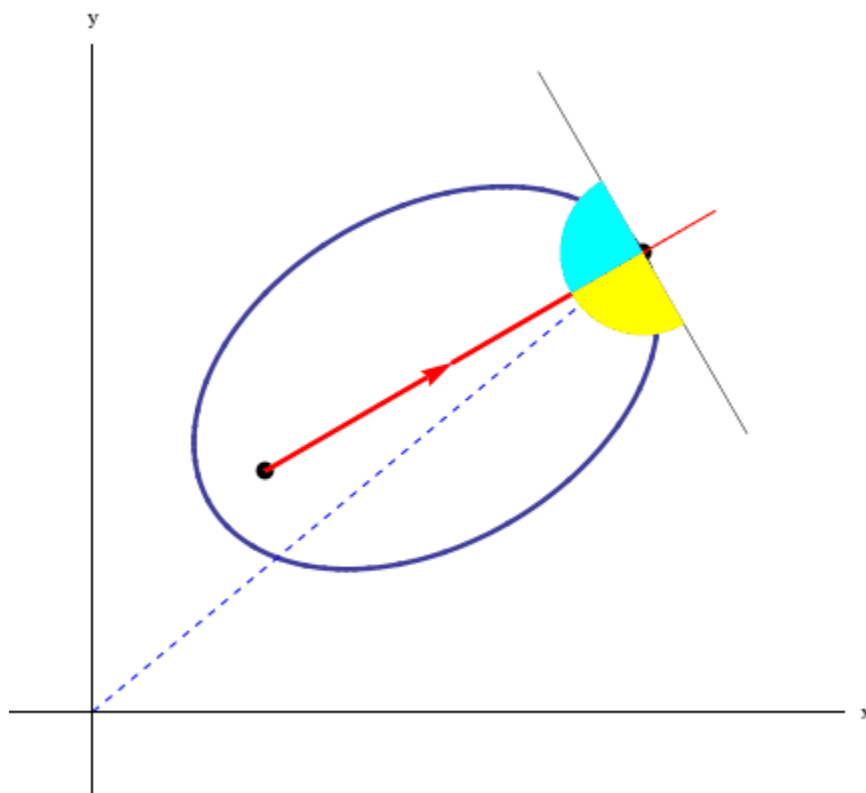
WYDZIAŁ
MATEMATYKI I NAUK
INFORMACYJNYCH

POWIERZCHNIA PROSTOKREŚLNA





WŁASNOŚCI ELIPSY

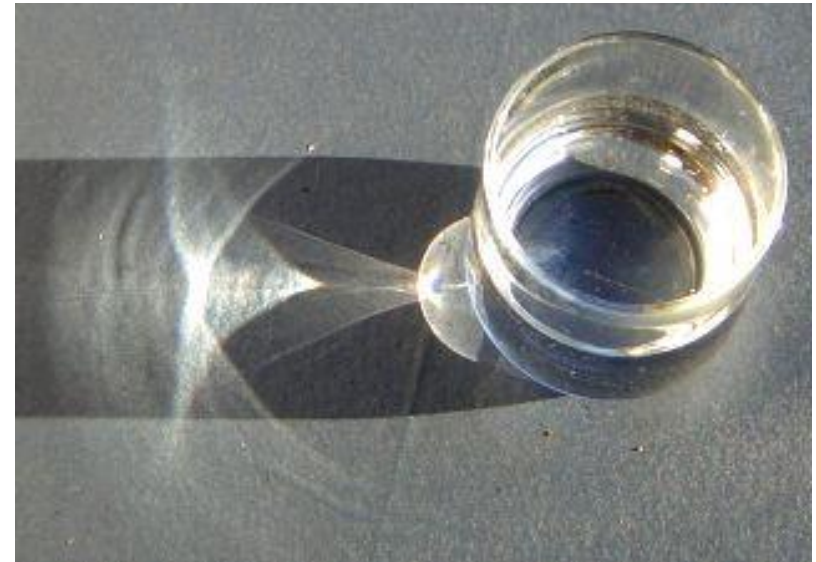
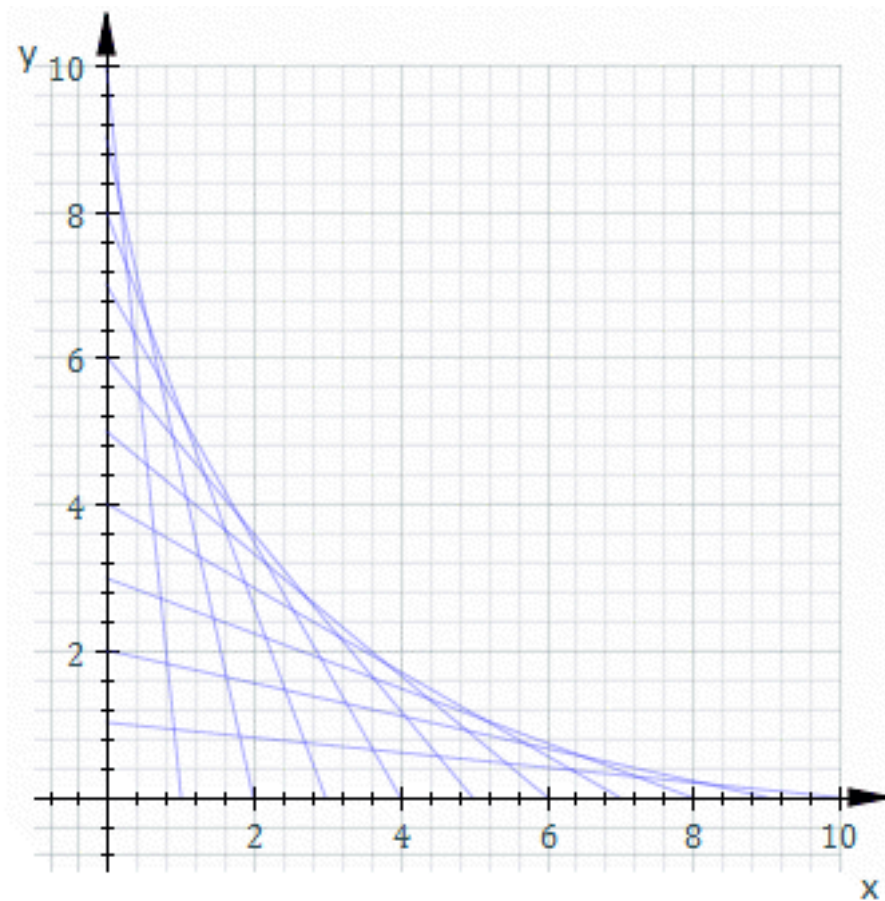




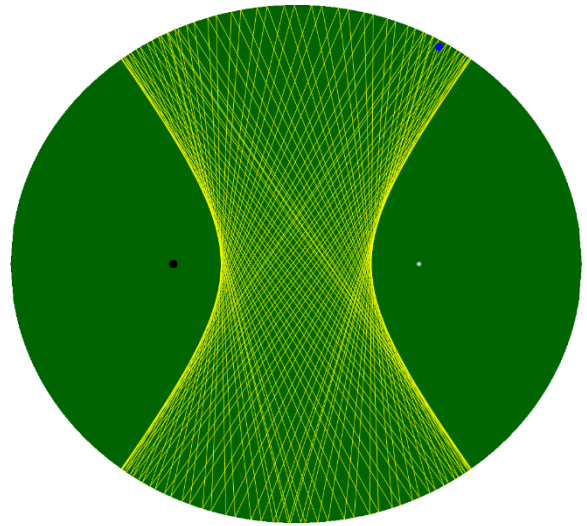
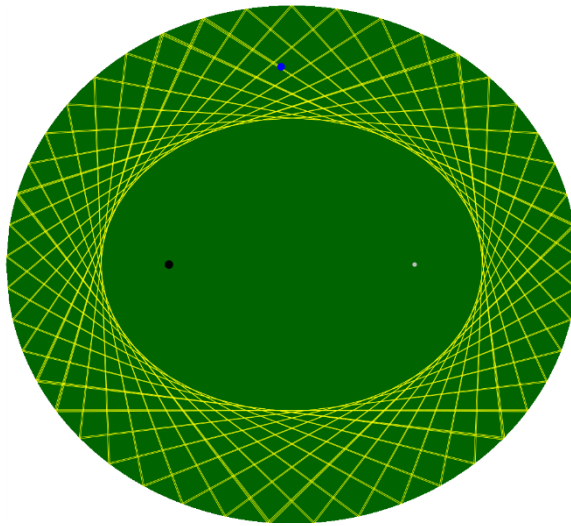
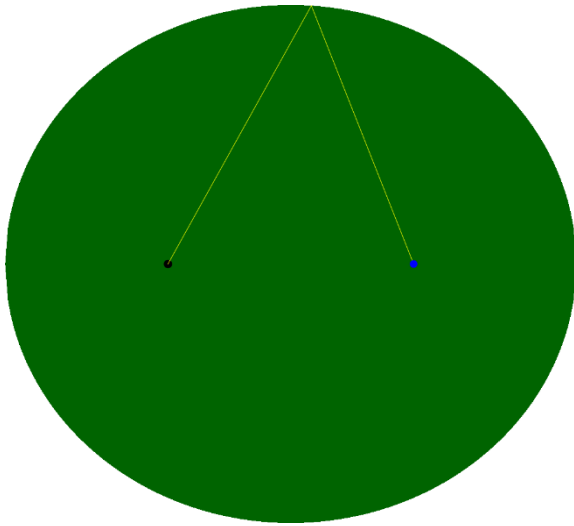
**WYDZIAŁ
MATEMATYKI I NAUK
INFORMACYJNYCH**



OBWIEDNIA (RODZINY KRZYWYCH)

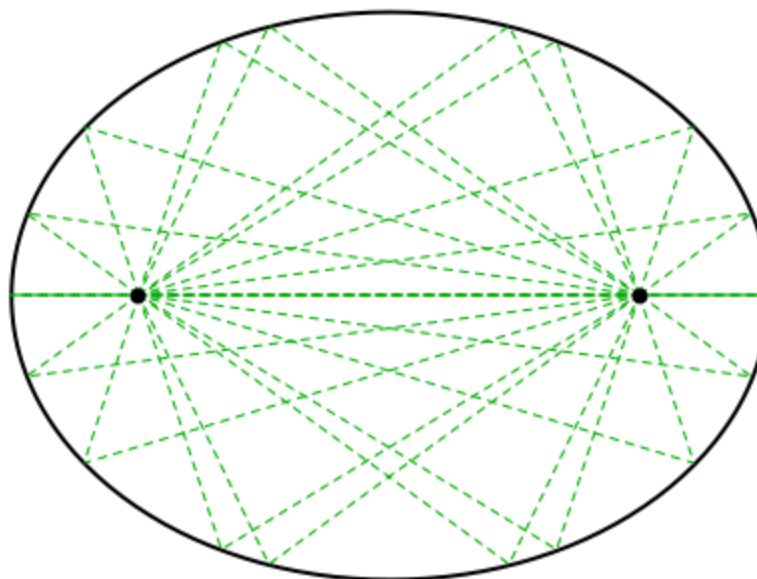


OBWIEDNIA I BILARD W ELIPSIE





LASER Z ELIPSY

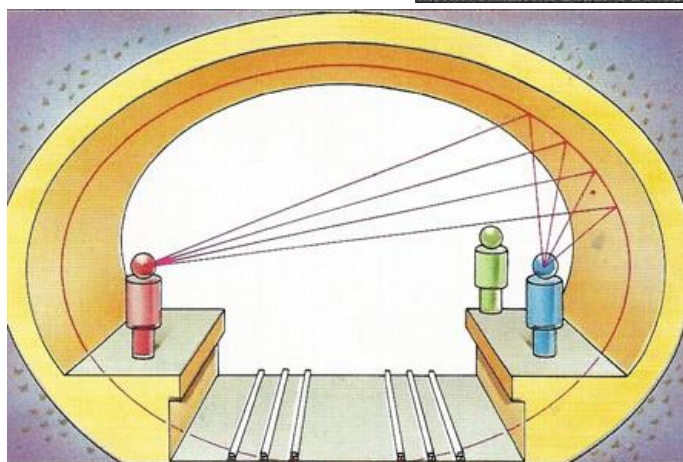
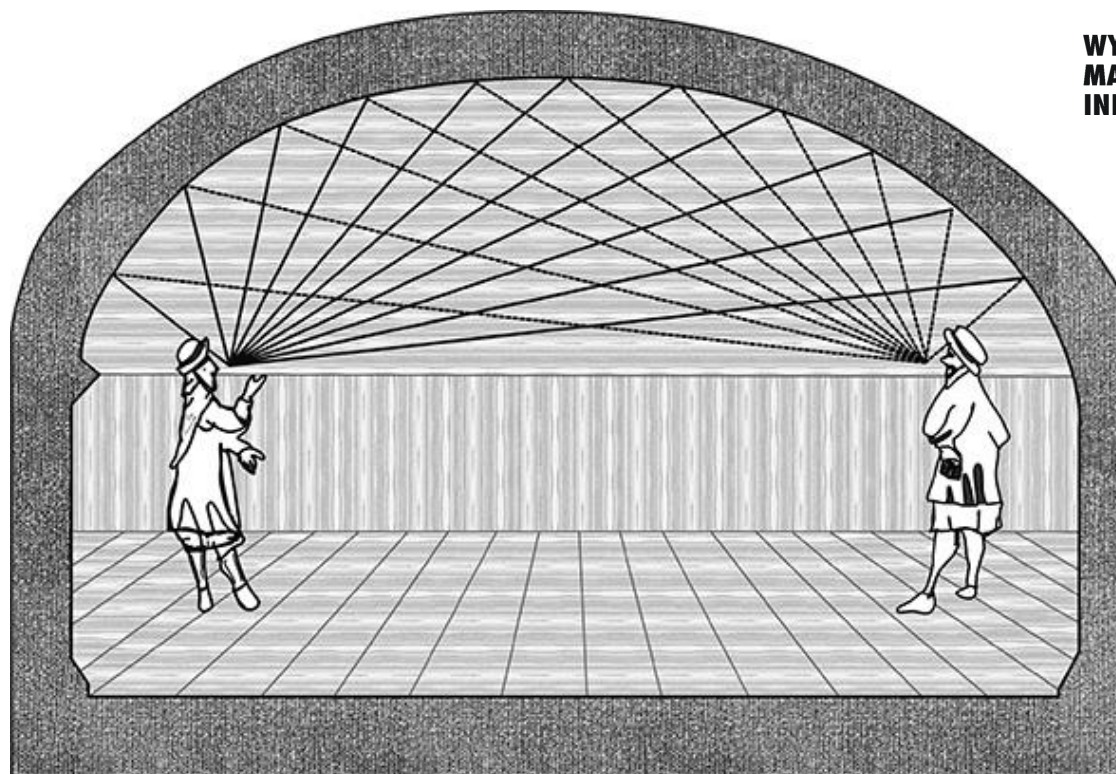




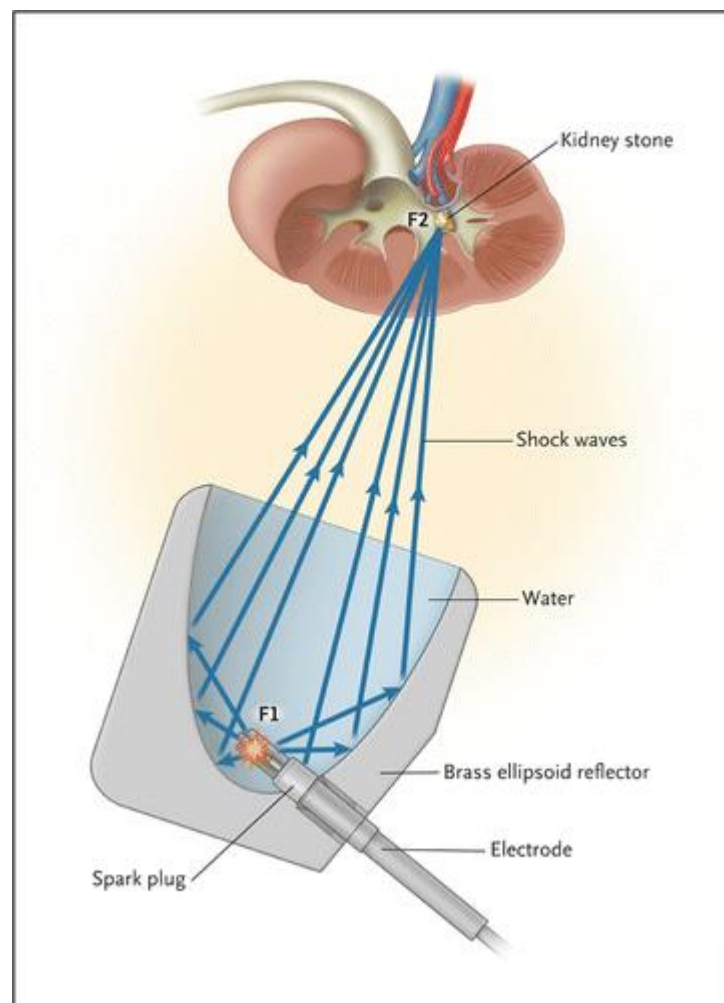
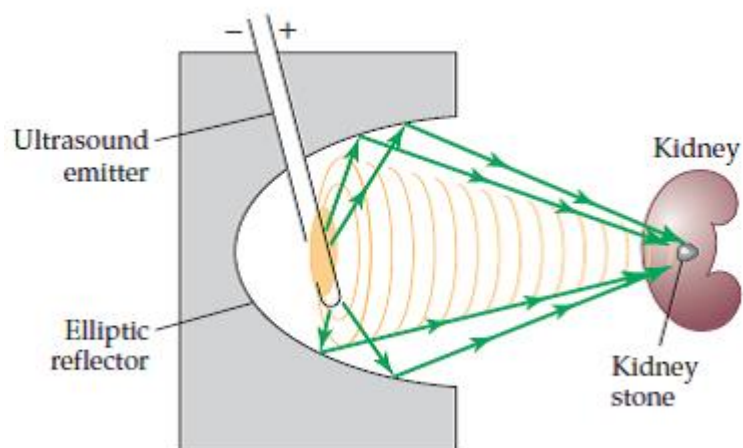
WHISPERING GALLERY

- St. Paul's Cathedral in London



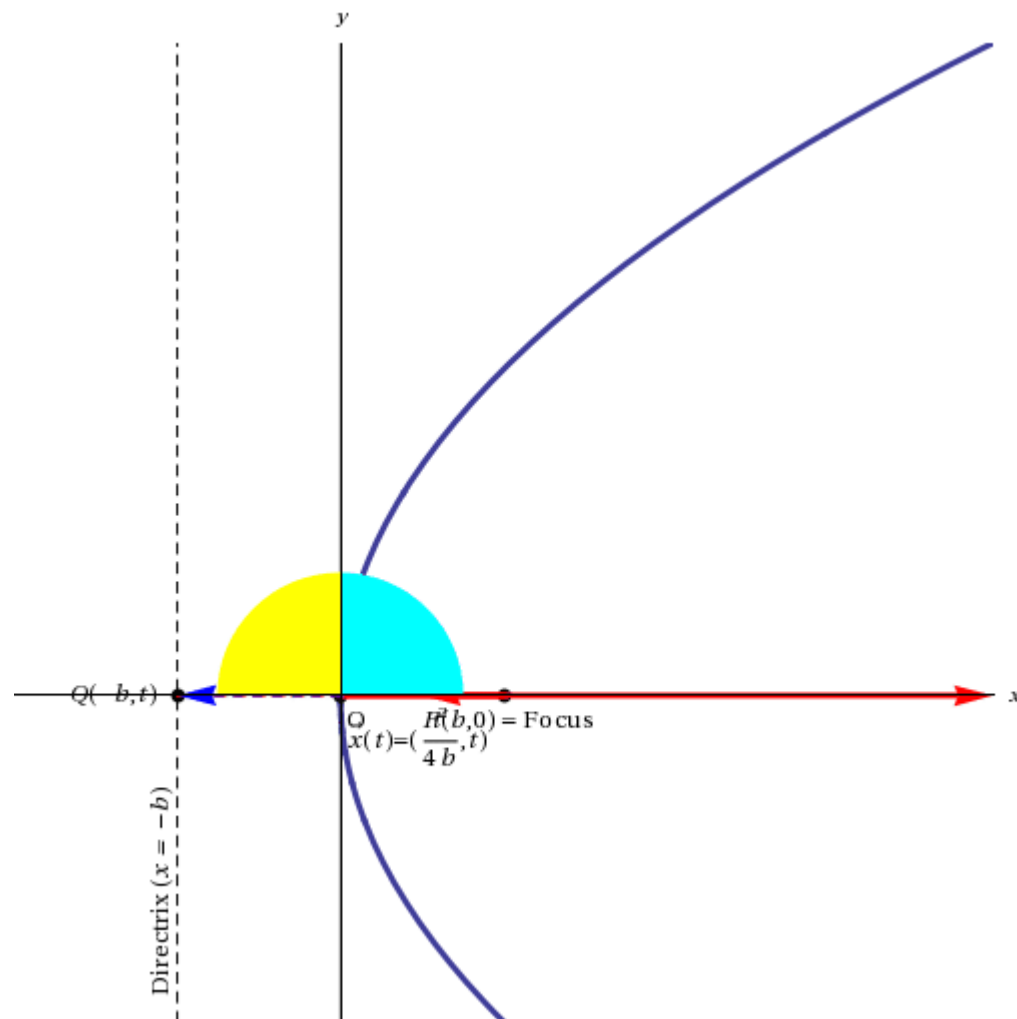
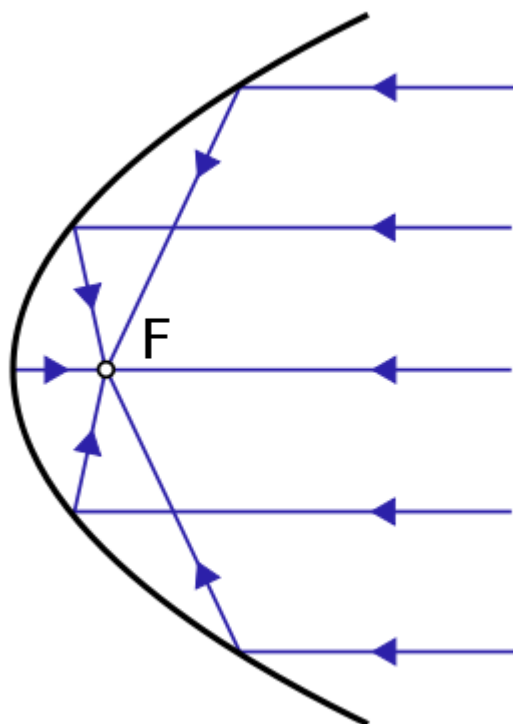


LASER Z ELIPSY? (DWIE KONCEPCJE)



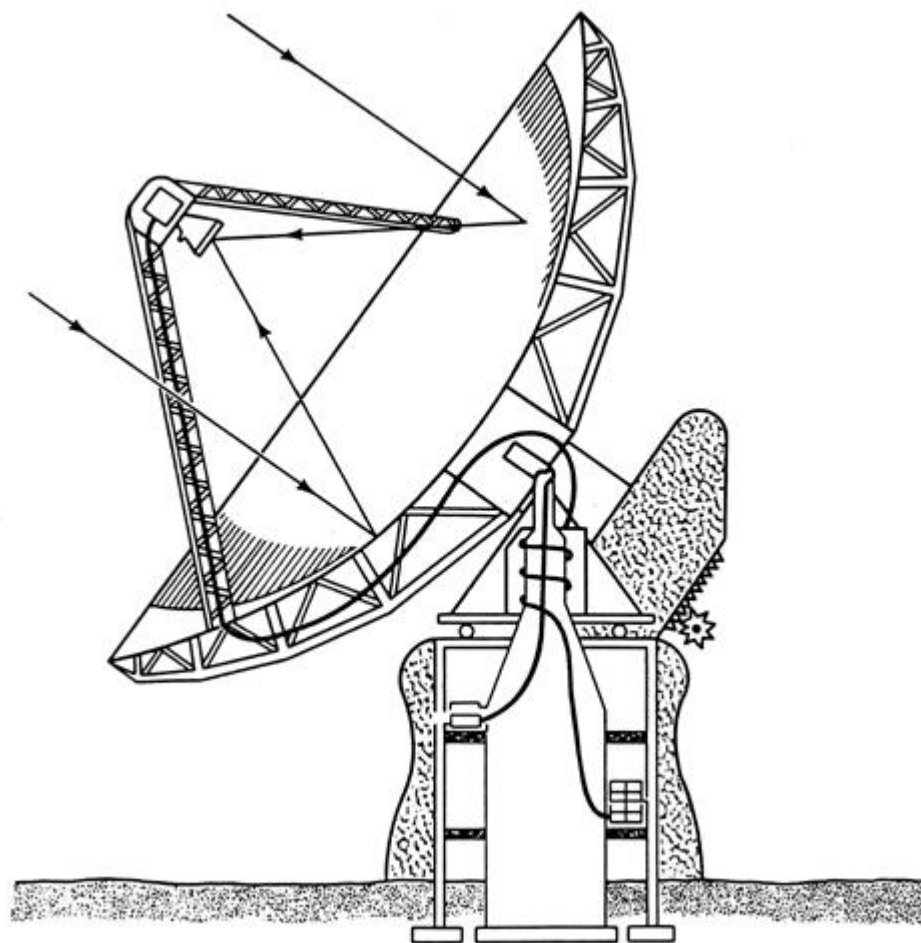
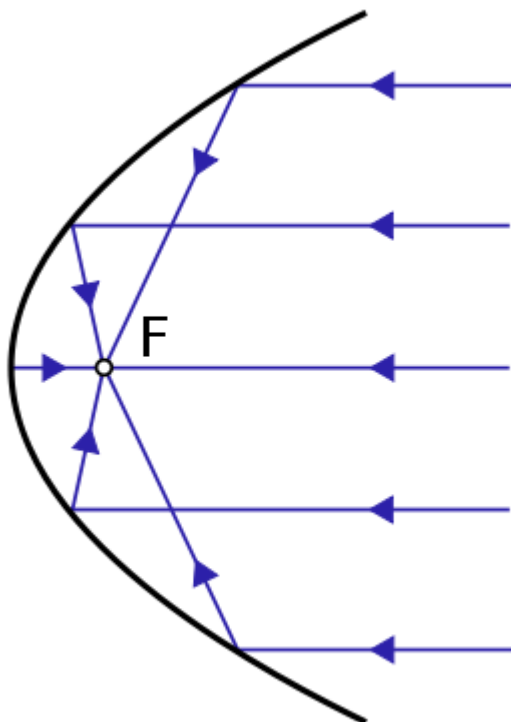


WŁASNOŚCI PARABOLI





WŁASNOŚCI PARABOLI





**WYDZIAŁ
MATEMATYKI I NAUK
INFORMACYJNYCH**





A HIPERBOLA? NP. WAŁ.

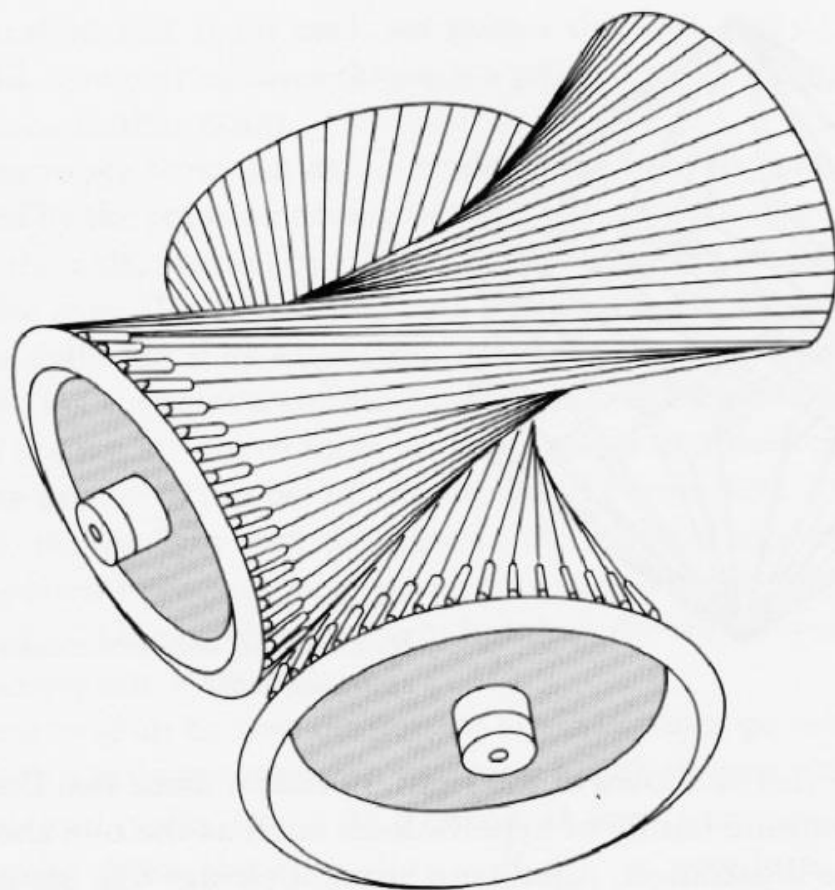


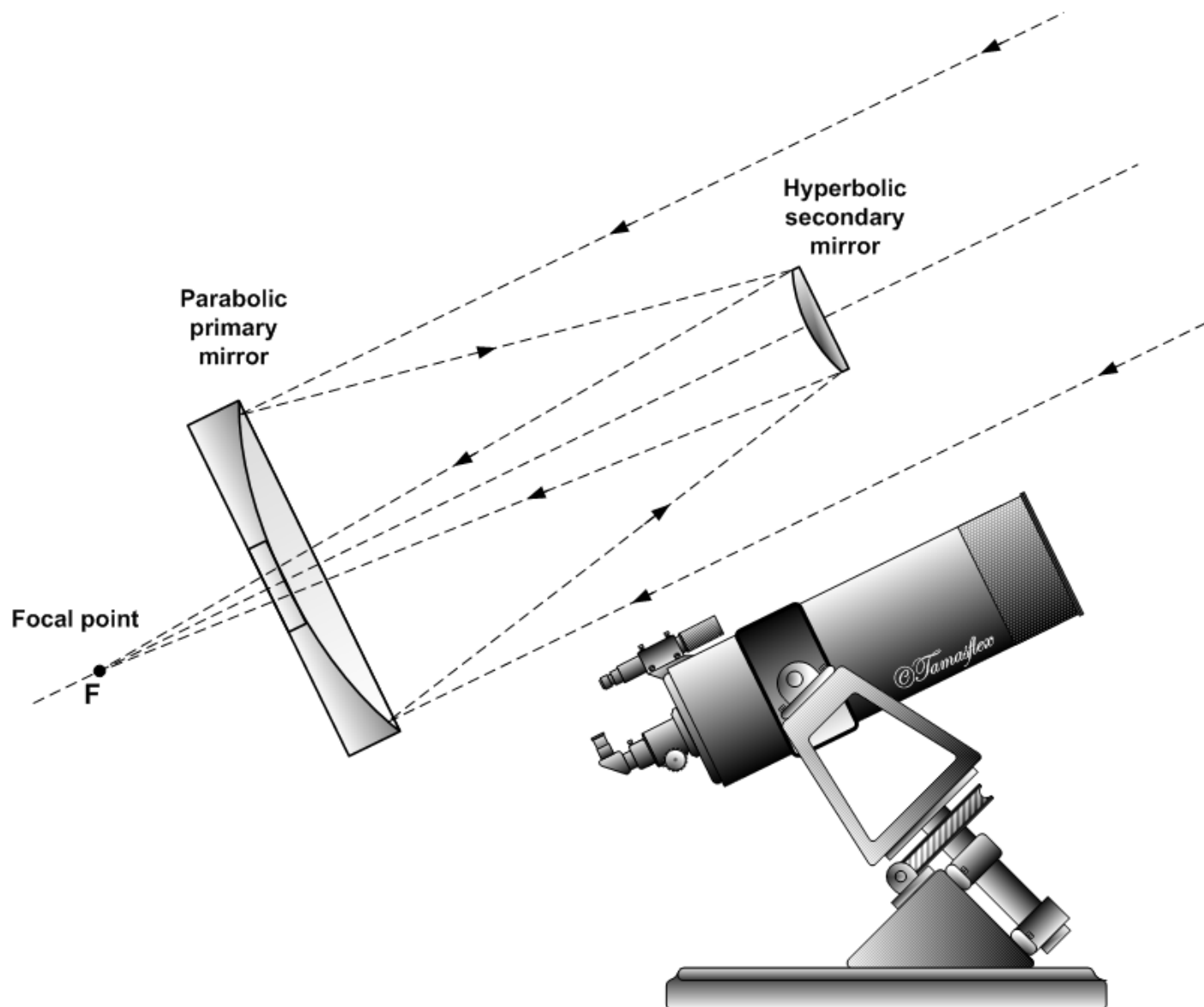
Figure 102 *Hyperboloidal gears transmit motion to a skew shaft*



TELESKOP CASSEGRAINA

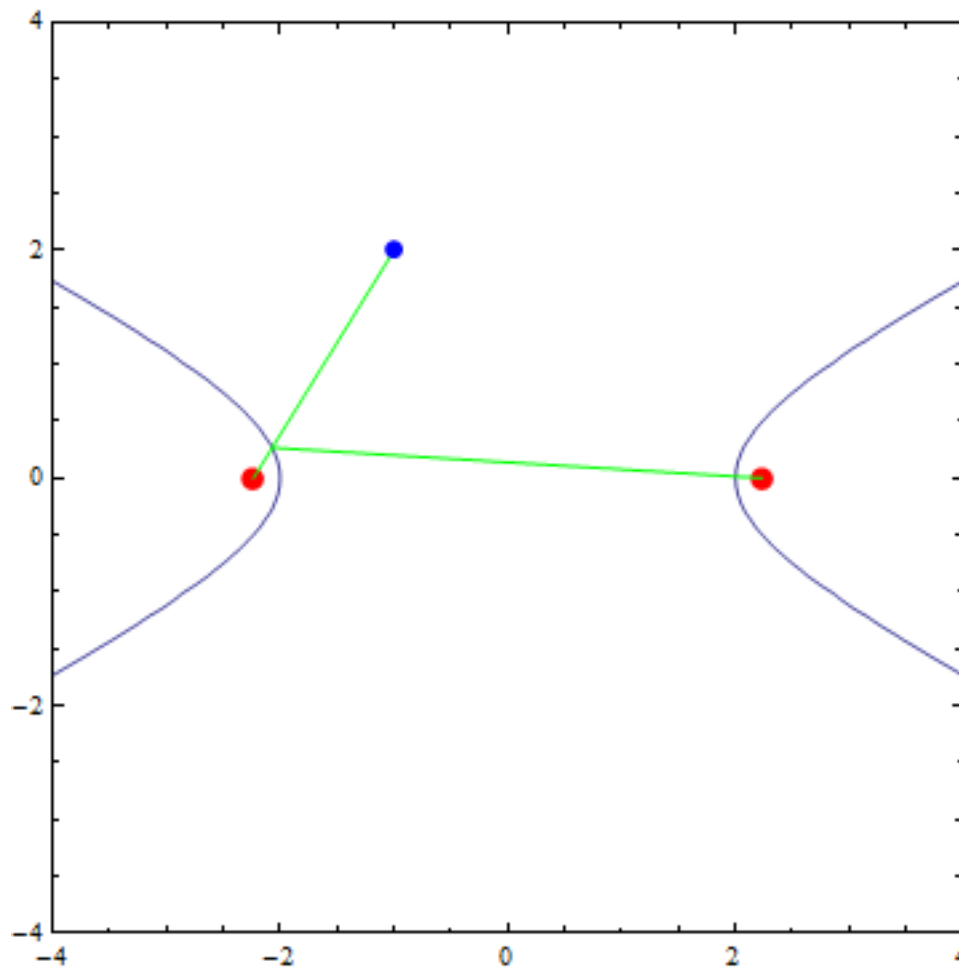


WYDZIAŁ
MATEMATYKI I NAUK
INFORMACYJNYCH





ODBICIA W HIPERBOLI



WIĘCEJ MATEMATYKI ☺

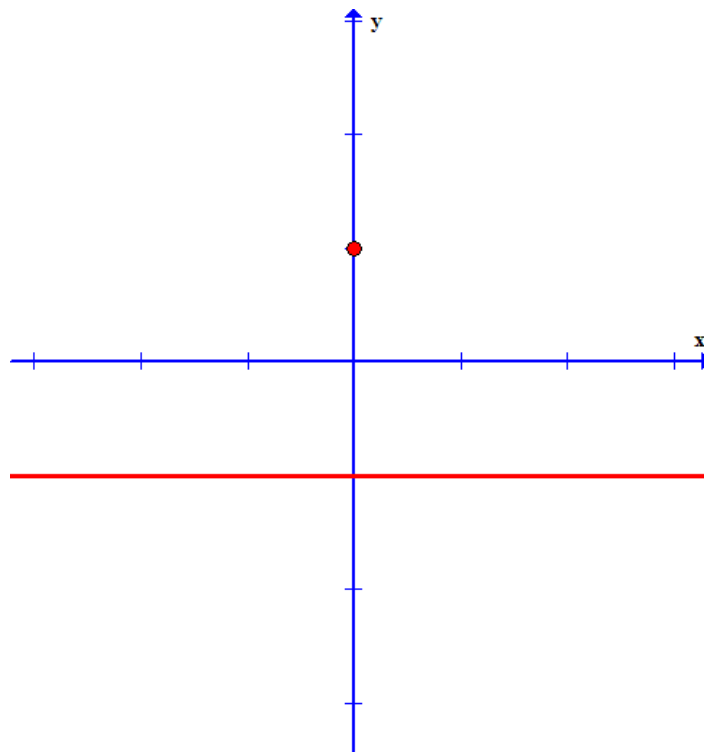
- Sprawdzimy, czy wykres funkcji kwadratowej jest rzeczywiście parabola.





ZADANIE (PARABOLA)

- Wyznacz równanie paraboli, której ogniskiem jest punkt $F(0,p)$, oraz kierownica jest prostą o równaniu: $y=-p$.



ZADANIE (PARABOLA)

- Wyznacz równanie paraboli, której ogniskiem jest punkt $F(0,p)$, oraz kierownica jest prostą o równaniu: $y=-p$.



ZADANIE (PARABOLA)

- Wyznacz równanie paraboli, której ogniskiem jest punkt $F(0,p)$, oraz kierownica jest prostą o równaniu: $y=-p$.
- Rozwiązanie:



ZADANIE (PARABOLA)

- Wyznacz równanie paraboli, której ogniskiem jest punkt $F(0,p)$, oraz kierownica jest prostą o równaniu: $y=-p$.

- **Rozwiązanie:**

Niech punkty $X(x,y)$ należą do poszukiwanej paraboli.

Zgodnie z definicją:



ZADANIE (PARABOLA)

- Wyznacz równanie paraboli, której ogniskiem jest punkt $F(0,p)$, oraz kierownica jest prostą o równaniu: $y=-p$.

- **Rozwiązanie:**

Niech punkty $X(x,y)$ należą do poszukiwanej paraboli.

Zgodnie z definicją:

Odległość X od ogniska F = Odległość X od kierownicy K

Ognisko $F(0,-p)$, kierownica K : $y+p=0$.



ZADANIE (PARABOLA)

○ Rozwiązanie:

Niech punkty $X(x,y)$ należą do poszukiwanej paraboli.

Zgodnie z definicją:

Odległość X od ogniska F = Odległość X od kierownicy K

Ognisko $F(0,-p)$, kierownica K : $y+p=0$.



ZADANIE (PARABOLA)

○ Rozwiązanie:

Niech punkty $X(x,y)$ należą do poszukiwanej paraboli.

Zgodnie z definicją:

Odległość X od ogniska F = Odległość X od kierownicy K

Ognisko $F(0,-p)$, kierownica K : $y+p=0$.

$$d(X, F) = d(X, K)$$



ZADANIE (PARABOLA)

○ Rozwiązanie:

Niech punkty $X(x,y)$ należą do poszukiwanej paraboli.

Zgodnie z definicją:

Odległość X od ogniska F = Odległość X od kierownicy K

Ognisko $F(0,-p)$, kierownica $K: y+p=0$.

$$d(X, F) = d(X, K)$$

$$\sqrt{x^2 + y^2 - 2py + p^2} = |y + p|$$



ZADANIE (PARABOLA)

○ Rozwiązanie:

Niech punkty $X(x,y)$ należą do poszukiwanej paraboli.

Zgodnie z definicją:

Odległość X od ogniska F = Odległość X od kierownicy K

Ognisko $F(0,-p)$, kierownica $K: y+p=0$.

$$d(X, F) = d(X, K)$$

$$\sqrt{x^2 + y^2 - 2py + p^2} = |y + p|$$
$$x^2 + y^2 - 2py + p^2 = (y + p)^2$$



ZADANIE (PARABOLA)

○ Rozwiązanie:

Niech punkty $X(x,y)$ należą do poszukiwanej paraboli.

Zgodnie z definicją:

Odległość X od ogniska F = Odległość X od kierownicy K

Ognisko $F(0,-p)$, kierownica $K: y+p=0$.

$$d(X, F) = d(X, K)$$

$$\sqrt{x^2 + y^2 - 2py + p^2} = |y + p|$$

$$x^2 + y^2 - 2py + p^2 = (y + p)^2$$

$$x^2 + y^2 - 2py + p^2 = y^2 + 2py + p^2$$



ZADANIE (PARABOLA)

○ Rozwiązanie:

Niech punkty $X(x,y)$ należą do poszukiwanej paraboli.

Zgodnie z definicją:

Odległość X od ogniska F = Odległość X od kierownicy K

Ognisko $F(0,-p)$, kierownica K : $y+p=0$.

$$d(X, F) = d(X, K)$$

$$\sqrt{x^2 + y^2 - 2py + p^2} = |y + p|$$

$$x^2 + y^2 - 2py + p^2 = (y + p)^2$$

$$x^2 + y^2 - 2py + p^2 = y^2 + 2py + p^2$$

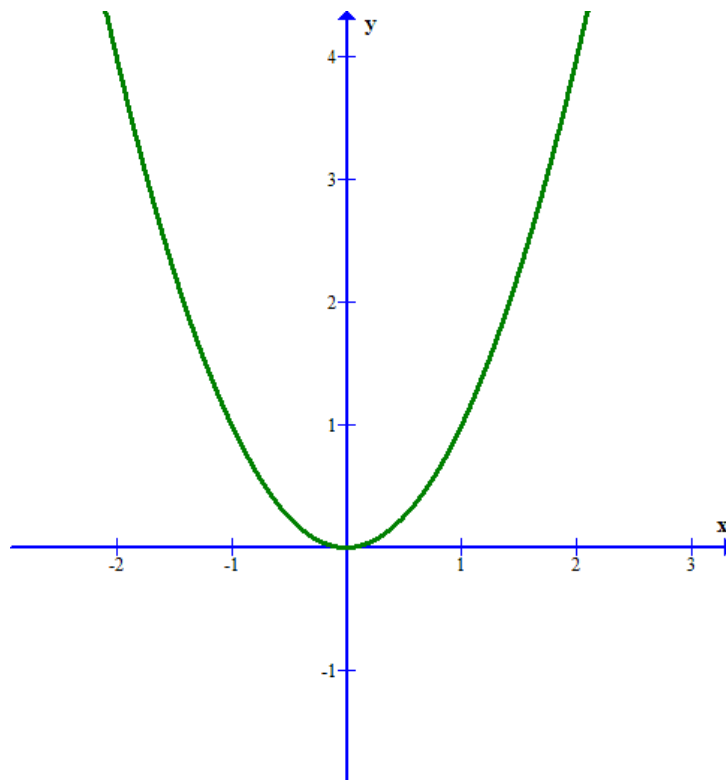
$$y = \frac{x^2}{4p}$$





ZADANIE 2 (PARABOLA)

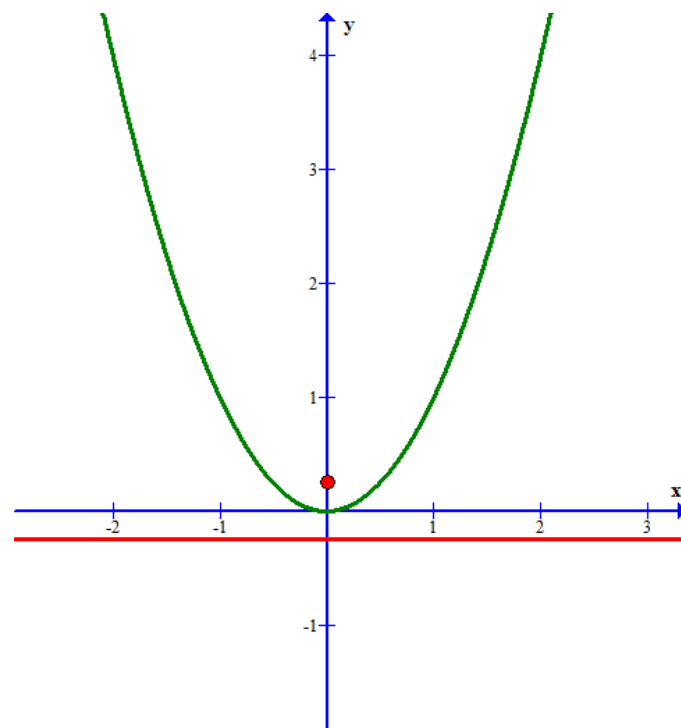
- Korzystając z poprzedniego wyniku wyznaczyć ognisko oraz kierownicę paraboli $y = x^2$.





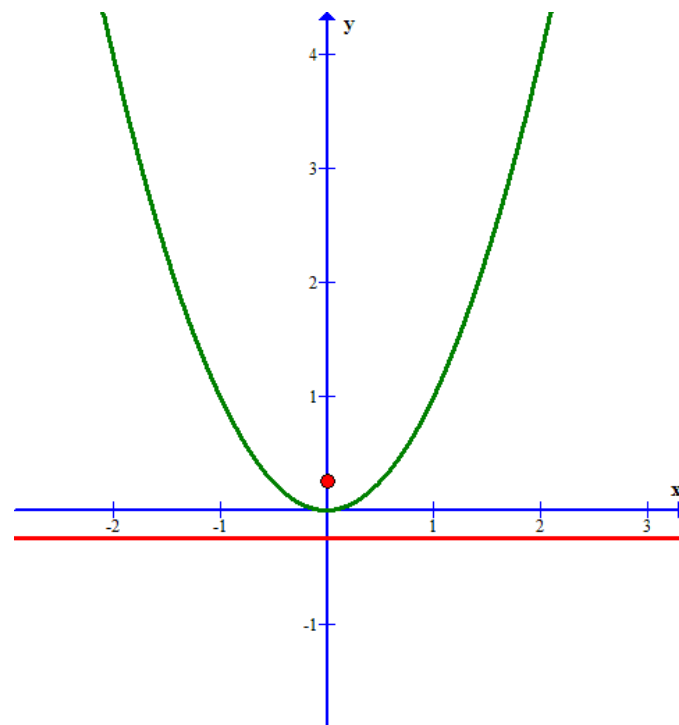
ZADANIE 2 (PARABOLA)

- Korzystając z poprzedniego wyniku wyznacz ognisko oraz kierownicę paraboli $y = x^2$.



ZADANIE 2 (PARABOLA)

- Korzystając z poprzedniego wyniku wyznaczyć ognisko oraz kierownicę paraboli $y = x^2$.
- Rozwiązanie:

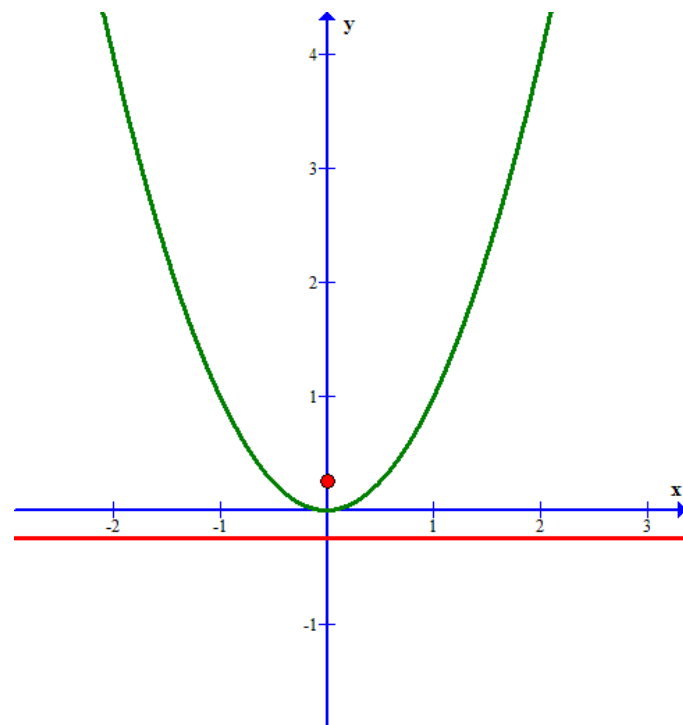


ZADANIE 2 (PARABOLA)

- Korzystając z poprzedniego wyniku wyznaczyć ognisko oraz kierownicę paraboli $y = x^2$.

- **Rozwiązanie:**

Otrzymaliśmy $y = \frac{x^2}{4p}$,



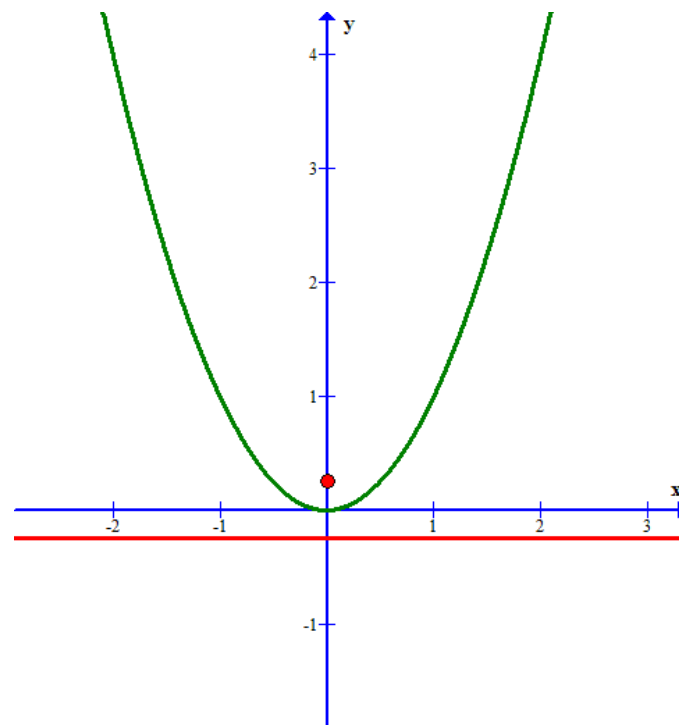
ZADANIE 2 (PARABOLA)

- Korzystając z poprzedniego wyniku wyznaczyć ognisko oraz kierownicę paraboli $y = x^2$.

- **Rozwiązanie:**

Otrzymaliśmy $y = \frac{x^2}{4p}$,

a w naszym wypadku jest $y = \frac{x^2}{1}$,



ZADANIE 2 (PARABOLA)

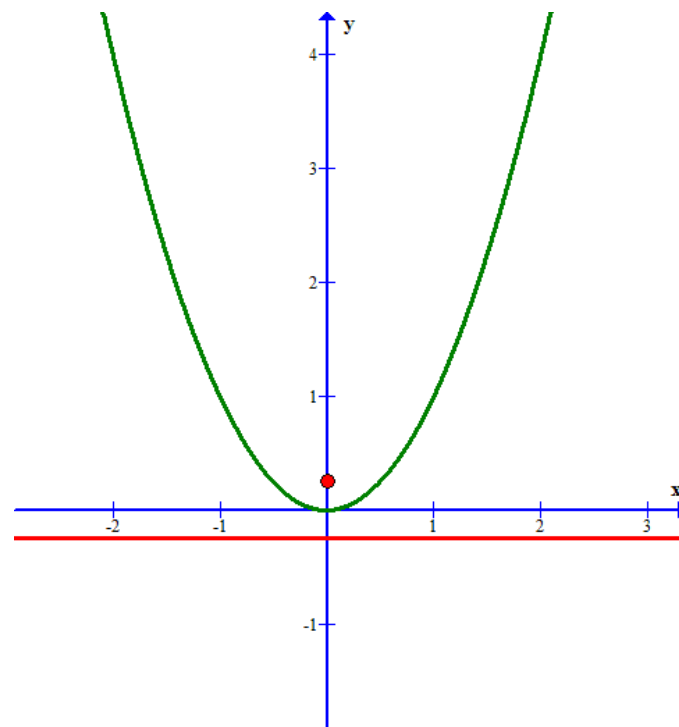
- Korzystając z poprzedniego wyniku wyznaczyć ognisko oraz kierownicę paraboli $y = x^2$.

- **Rozwiązanie:**

Otrzymaliśmy $y = \frac{x^2}{4p}$,

a w naszym wypadku jest $y = \frac{x^2}{1}$,

więc $4p = 1, p = \frac{1}{4}$,



ZADANIE 2 (PARABOLA)

- Korzystając z poprzedniego wyniku wyznaczyć ognisko oraz kierownicę paraboli $y = x^2$.

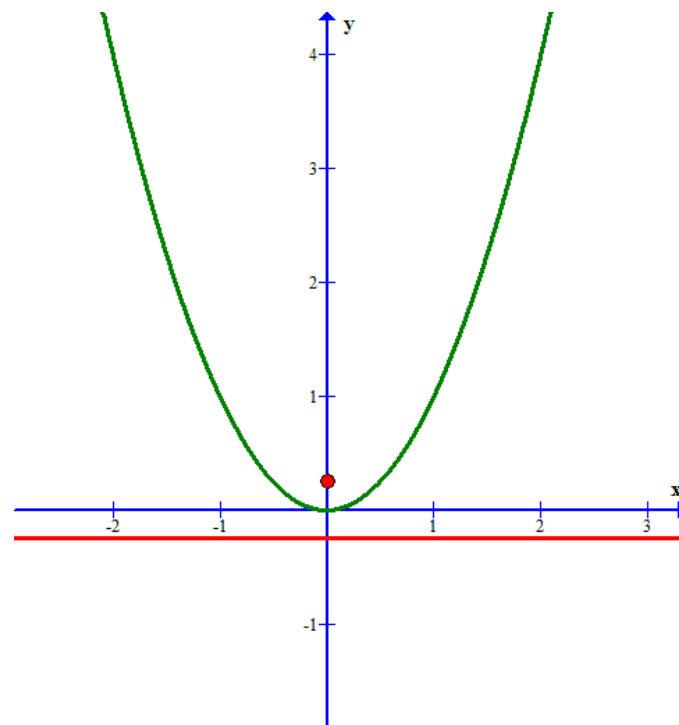
- **Rozwiązanie:**

Otrzymaliśmy $y = \frac{x^2}{4p}$,

a w naszym wypadku jest $y = \frac{x^2}{1}$,

więc $4p = 1, p = \frac{1}{4}$,

czyli kierownica to $y = -\frac{1}{4}$,



ZADANIE 2 (PARABOLA)

- Korzystając z poprzedniego wyniku wyznaczyć ognisko oraz kierownicę paraboli $y = x^2$.

- **Rozwiązanie:**

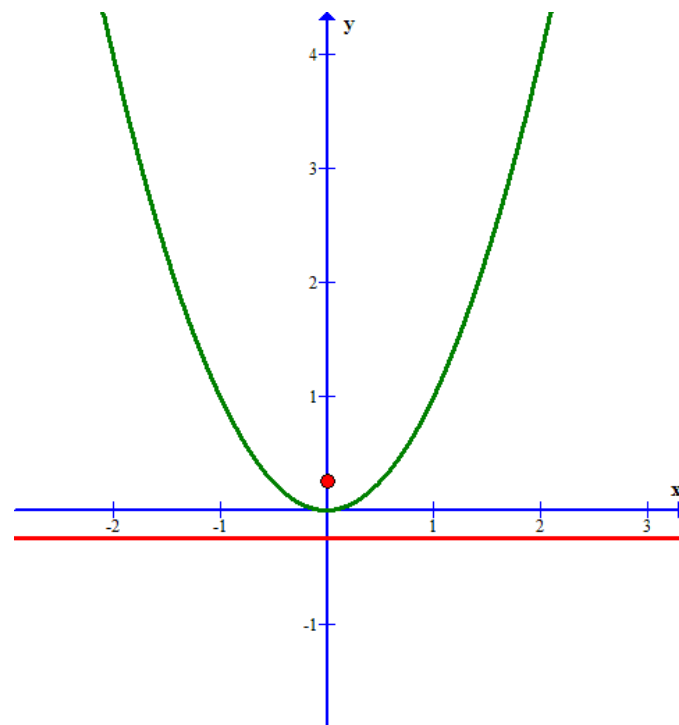
Otrzymaliśmy $y = \frac{x^2}{4p}$,

a w naszym wypadku jest $y = \frac{x^2}{1}$,

więc $4p = 1, p = \frac{1}{4}$,

czyli kierownica to $y = -\frac{1}{4}$,

a ognisko $P(0, \frac{1}{4})$.





**WYDZIAŁ
MATEMATYKI I NAUK
INFORMACYJNYCH**

ILE JEST ELIPS?



ILE JEST ELIPS?

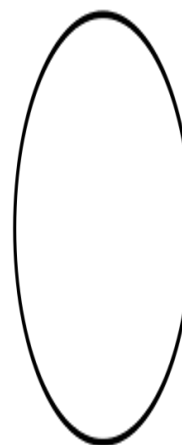
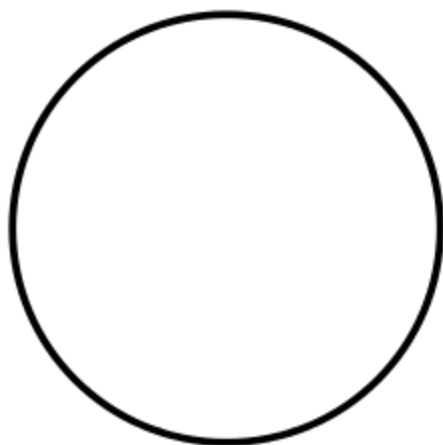
- Dokładniej, czy istnieją dwie elipsy, które nie są podobne?





ILE JEST ELIPS?

- Dokładniej, czy istnieją dwie elipsy, które nie są podobne?



ILE JEST HIPERBOL?

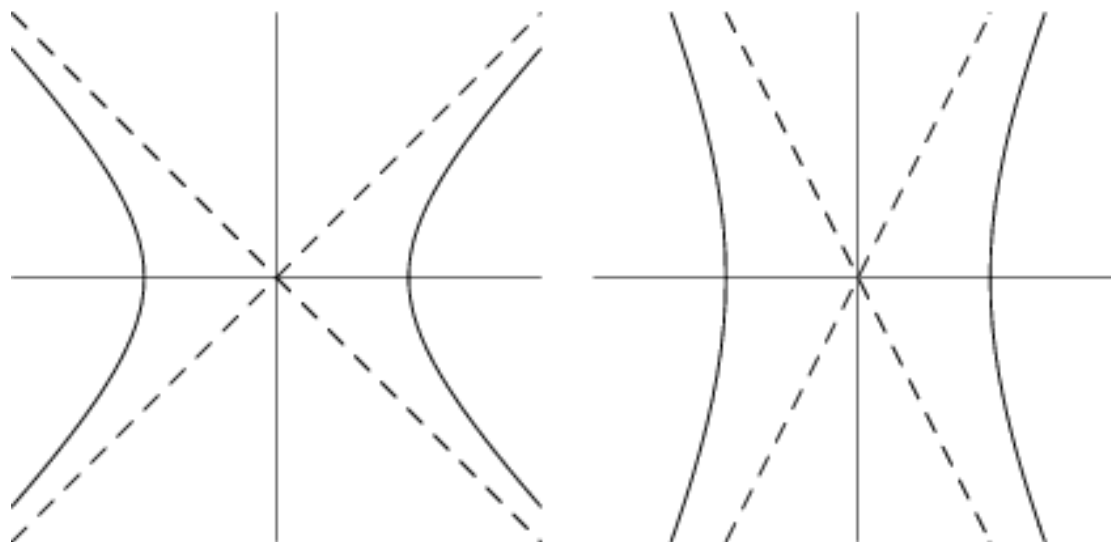
- Dokładniej, czy istnieją dwie hiperbole, które nie są podobne?





ILE JEST HIPERBOL?

- Dokładniej, czy istnieją dwie hiperbole, które nie są podobne?



ILE JEST PARABOL?

- Dokładniej, czy istnieją dwie parabole, które nie są podobne?



ILE JEST PARABOL?

- Dokładniej, czy istnieją dwie parabole, które nie są podobne?



zeszyt.online



**WYDZIAŁ
MATEMATYKI I NAUK
INFORMACYJNYCH**

CO OTRZYMAMY Z PRZECIĘCIA STOŻKA ORAZ PŁASZCZYZNY?

Michał Zwierzyński

24 kwietnia 2025 roku, Warszawa.