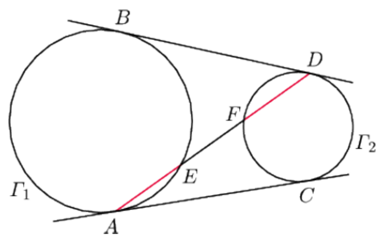
POTĘGA PUNKTU

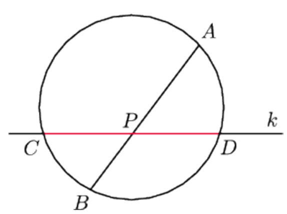
Zadanie 1. Odcinki AB i CD przecinają się w punkcie P przy czym $PA \cdot PB = PC \cdot PD$. Wykaż, że punkty A, B, C, D leżą na jednym okręgu.

Zadanie 2. Punkty P, A, B leżą w tej kolejności na prostej. Wyznacz zbiór punktów styczności prostych przechodzących przez P do okręgów przechodzących przez A i B.

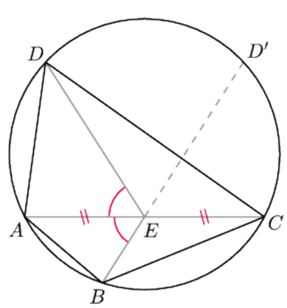
Zadanie 3. Okręgi Γ_1 i Γ_2 są rozłączne zewnętrznie. Wspólne styczne, nierozdzielające ich, są styczne do Γ_1 w punktach A i B a do Γ_2 – odpowiednio w C i D. Odcinek AD przecina okręgi Γ_1 i Γ_2 odpowiednio w E i F. Wykaż, że $AE = DF$.



Zadanie 4. Punkty A i B leżą po różnych stronach prostej k. Skonstruuj taki okrąg, przechodzący przez punkty A i B aby długość jego cięciwy CD wyznaczonej przez prostą k była minimalna.



Zadanie 5. Czworokąt $ABCD$ jest wpisany w okrąg. Punkt E jest środkiem cięciwy AC oraz $\angle AEB = \angle AED$. Wykaż, że $BE \cdot DE = AE^2$.



STEREOMETRIA

Zadanie 0. (OM 54-III-5) Sfera wpisana w czworościan math jest styczna do ściany math w punkcie math, a sfera dopisana do tego czworościanu jest styczna do ściany math w punkcie math. Dowieść, że jeżeli math jest środkiem okręgu opisanego na trójkącie math to math jest punktem przecięcia wysokości tego trójkąta.